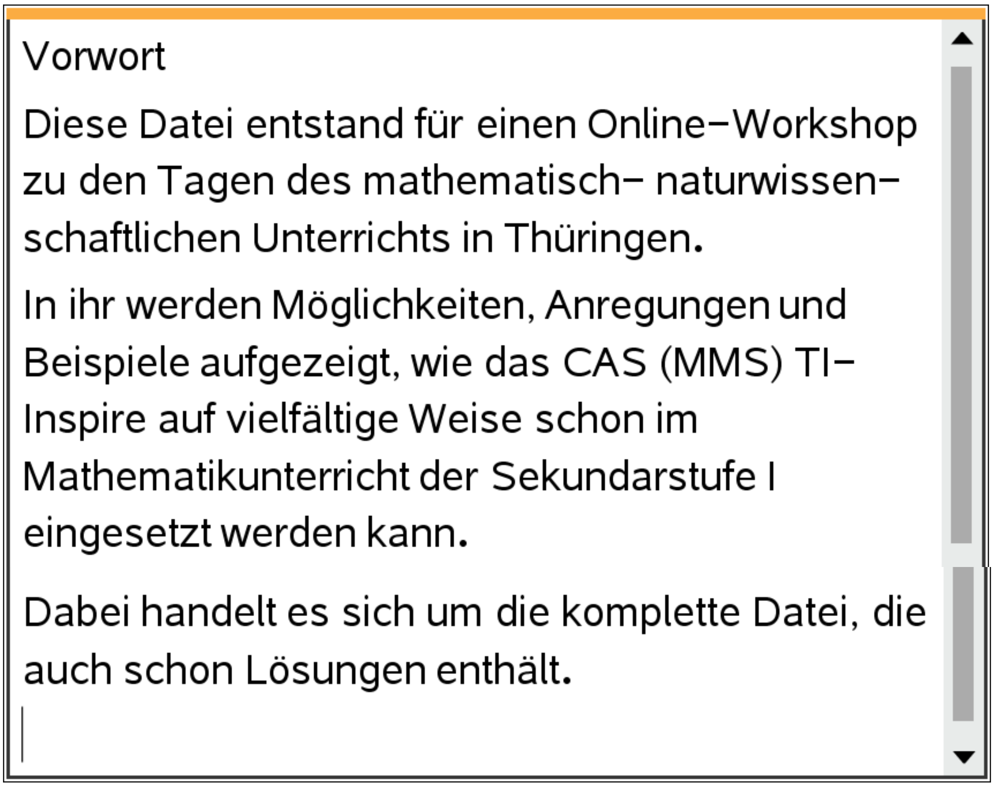
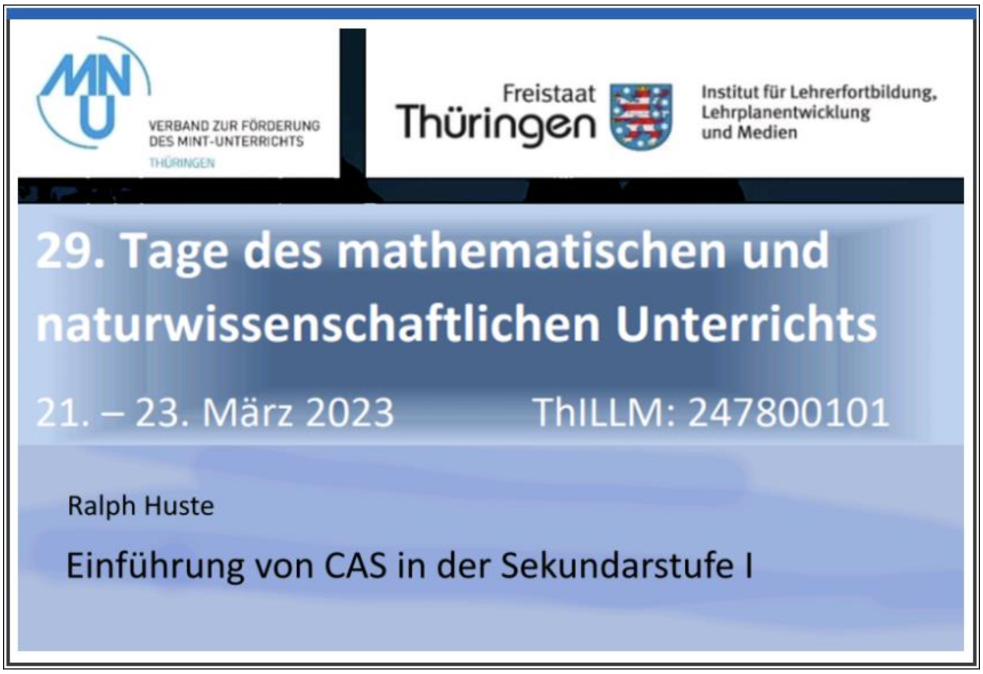
Einführung von CAS in der Sekundarstufe I - Anregungen für den Einsatz von CAS / MMS

Die nachfolgenden Screenshots stammen aus der Präsentation eines Online-Workshops im Rahmen der Tage des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts in Thüringen vom 21. bis 23. März 2023.
In dem Vortrag wurden Möglichkeiten, Anregungen und Beispiele aufgezeigt, wie das CAS (MMS) des TI-Nspire™ CX II-T CAS auf vielfältige Weise schon im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I eingesetzt werden kann.
Bei der zugehörigen tns-Datei handelt es sich um die komplette Datei, die auch schon Lösungen enthält.

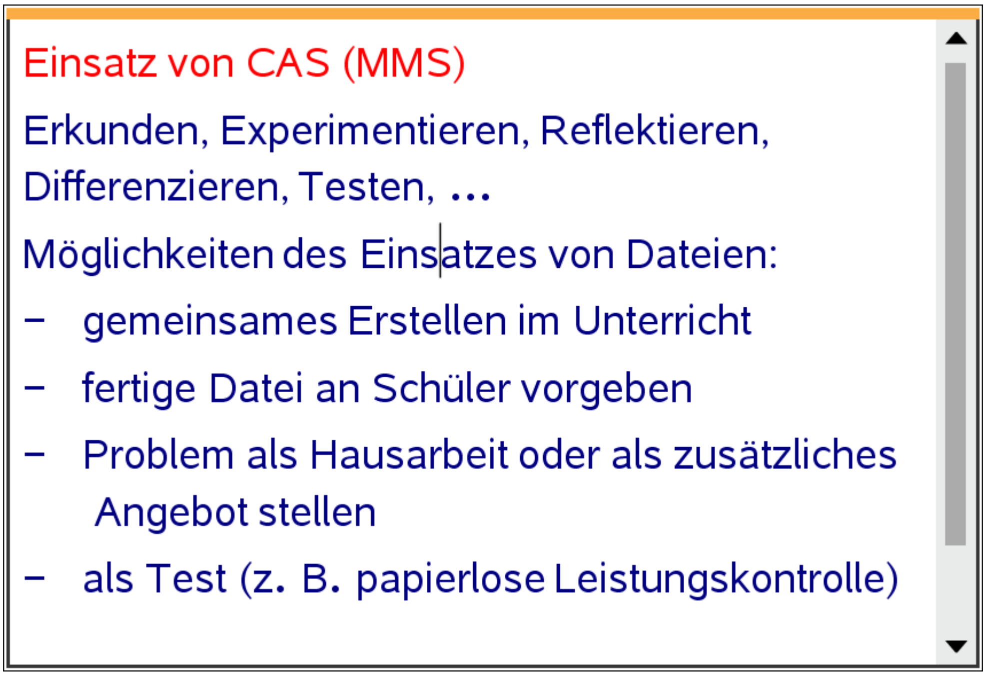
Problem 1



Blatt 1



Blatt 2



Blatt 3

Einführung von CAS (MMS) in der Sekundarstufe I an ***exemplarisch*** ausgewählten Beispielen in ***verschiedenen Applikationen*** (Modulen)

1. Variablen, Terme
2. Funktionen
3. Strahlensätze
4. Zufallsexperimente, Wahrscheinlichkeit

Blatt 4

Problem 2

Variablenbegriff

Eine Variable ist ein Platzhalter in einem mathematischen Ausdruck.

Eingesetzt als

allgemeine Zahl	$2\cdot x$
als Unbekannte	$2\cdot x = 4$
als Veränderliche	$f(x) = 2\cdot x$

In den folgenden Applikationen soll das Arbeiten mit Variablen und Termen angewendet werden. Das könnte der Einstieg in CAS (MMS)–gestützten Mathematikunterricht sein :)

Blatt 1

© Variablen	
$a1$	$a1$
$1 \cdot a$	a

© Wertzuweisung	
$a1:=3$	3
$a2:=4$	4
$a1+a2$	7
© Gleichungen	
$gl(x):=2\cdot x^2-1$	*Fertig*
$gl(2)$	7
solve$(gl(x)=7,x)$	$x=^-2$ or $x=2$

Blatt 2

Gib ein und interpretiere:

anna	$anna \blacktriangleright anna$
a + n + n + a	$a+n+n+a \blacktriangleright 2\cdot a+2\cdot n$
an − na	$an-na \blacktriangleright an-na$
a · n + n · a	$a\cdot n-n\cdot a \blacktriangleright 0$
a · n · n + a	$a\cdot n\cdot n+a \blacktriangleright a\cdot\left(n^2+1\right)$
(a:n) : (n:a)	$\dfrac{\frac{a}{n}}{\frac{n}{a}} \blacktriangleright \dfrac{a^2}{n^2}$ ⚠
a · n : n + a	$\dfrac{a\cdot n}{n}+a \blacktriangleright 2\cdot a$ ⚠

Blatt 3

© das geht natürlich auch im calculator ▸

$a\cdot n\cdot n\cdot a$	$a^2\cdot n^2$
$a+n+n+a$	$2\cdot a+2\cdot n$

Blatt 4

Mache anna zu null :)

Mache anna zu eins :)

$a+n-n-a \blacktriangleright 0 \qquad a+n-(n+a) \blacktriangleright 0$

$\frac{a\cdot n}{n\cdot a} \blacktriangleright 1 ⚠ \qquad a+\frac{n}{n}-a \blacktriangleright 1 ⚠$

Blatt 5

Welche Terme erzeugen welche Namen?

[redacted]	$a^2\cdot n^2\cdot s^2\cdot u$
[redacted]	$a\cdot (k+l)-r$
[redacted]	$e^2\cdot n\cdot r^2\cdot w$
[redacted]	$w+n$
[redacted]	$\frac{r^2\cdot w+n\cdot r\cdot w+e^2}{e\cdot r}$

Blatt 6

$a^2 \cdot n^2 \cdot s^2 \cdot u$ susanna

$s \cdot u \cdot s \cdot a \cdot n \cdot n \cdot a \blacktriangleright a^2 \cdot n^2 \cdot s^2 \cdot u$

$a \cdot (k+l)-r$ karla

$k \cdot a-r+l \cdot a \blacktriangleright a \cdot (k+l)-r$

$e^2 \cdot n \cdot r^2 \cdot w$ werner

$w \cdot e \cdot r \cdot n \cdot e \cdot r \blacktriangleright e^2 \cdot n \cdot r^2 \cdot w$

$w+n$

$w+e \cdot r+n-e \cdot r \blacktriangleright w+n$

$$\frac{r^2 \cdot w+n \cdot r \cdot w+e^2}{e \cdot r}$$

$$\frac{w}{e} \cdot (r+n)+\frac{e}{r} \blacktriangleright \frac{r^2 \cdot w+n \cdot r \cdot w+e^2}{e \cdot r}$$

Blatt 7

Multiplikation Eingaben:

3x+4x $\rightarrow$ $3 \cdot x+4 \cdot x \blacktriangleright 7 \cdot x$

ab−a(b−1) $\rightarrow$ $ab-a(b-1) \blacktriangleright ab-a(b-1)$

a·b−a·(b−1) $\rightarrow$ $a \cdot b-a \cdot (b-1) \blacktriangleright a$

Blatt 8

nützliche Befehle:

factor() $\quad \text{factor}\left(x^2+2\cdot x\cdot y+y^2\right) ▸ (x+y)^2$

expand() $\quad \text{expand}\left((x+y)^2\right) ▸ x^2+2\cdot x\cdot y+y^2$

propFrac()

$\text{propFrac}\left(\frac{x^2+2\cdot x+1}{x}\right) ▸ x+\frac{1}{x}+2$

getNum(), getDenom(), comDenom()

$\text{getNum}\left(\frac{2\cdot x}{4\cdot y}\right) ▸ x \quad \text{getDenom}\left(\frac{2\cdot x}{4\cdot y}\right) ▸ 2\cdot y$

$\text{comDenom}\left(\frac{2\cdot x}{3\cdot y}-\frac{1}{2\cdot x}\right) ▸ \frac{4\cdot x^2-3\cdot y}{6\cdot x\cdot y}$

Blatt 9

Termstrukturen durch experimentieren erkennen

$\mathbf{c}:=55 ▸ 55$

$\frac{\mathbf{c}^2-1}{\mathbf{c}+1} ▸ 54$

$\frac{\mathbf{c}^2-1}{\mathbf{c}-1} ▸ 56$ Warum ist das so?

Blatt 10

Problem 3

Funktionen

Erkunden des Einflusses von Parametern

Finden von FGleichungen aus zwei Punkten (lin. F)

Anwendungen

"Morphing"

Blatt 1

Problem 4

Einfluss des Parameters m in f(x) = m•x

Die Seiten 4.2 – 4.9 könnten als Beispiel für eine Datei bzw. als Teil einer Datei dienen, die den Schülern zum Erkunden des Einflusses von m bereitgestellt werden kann.

Blatt 1

Einleitender Text

Wir wissen bereits:

Bildet man die reellen Zahlen x auf sich selbst ab, erhält man eine Funktion y = f(x) = x.

Der Graph dieser Funktion ist eine Gerade durch den Koordinatenursprung und den Punkt P(1| 1).

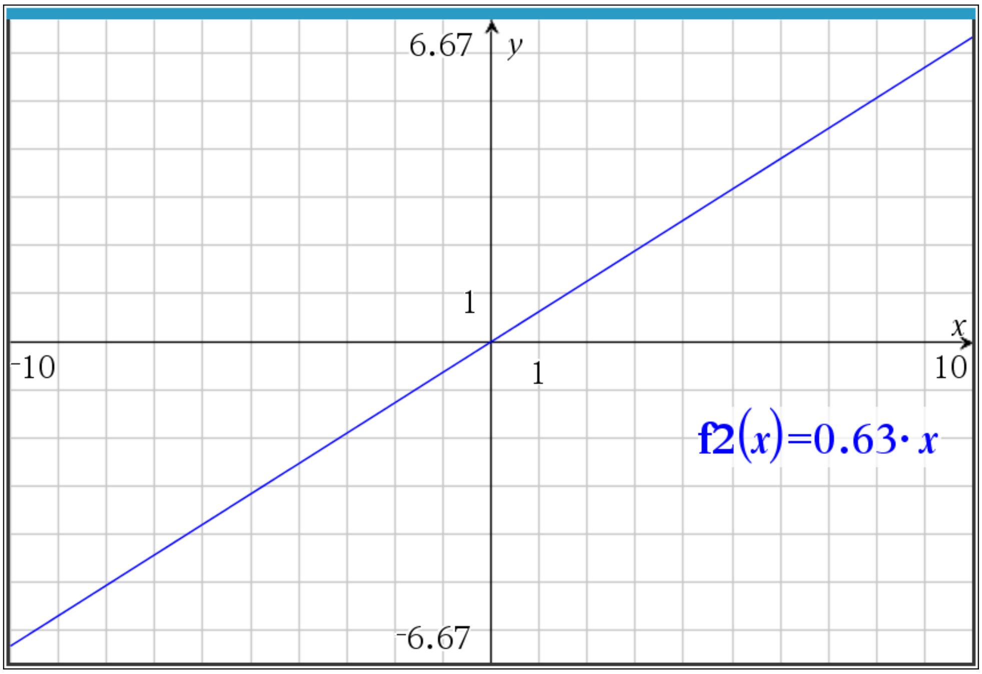
Wir wollen die Funktionsgleichung y = f(x) = x erweitern: y = f(x) = m · x

Blatt 2

Aufgabe:

Untersuche **qualtitativ** (ohne Zahlen) durch Anfassen des Graphen f(x) = x im äußeren Fenster und durch Bewegen des Cursors die Auswirkungen des **Parameters m** auf den Verlauf des Graphen.

Blatt 3



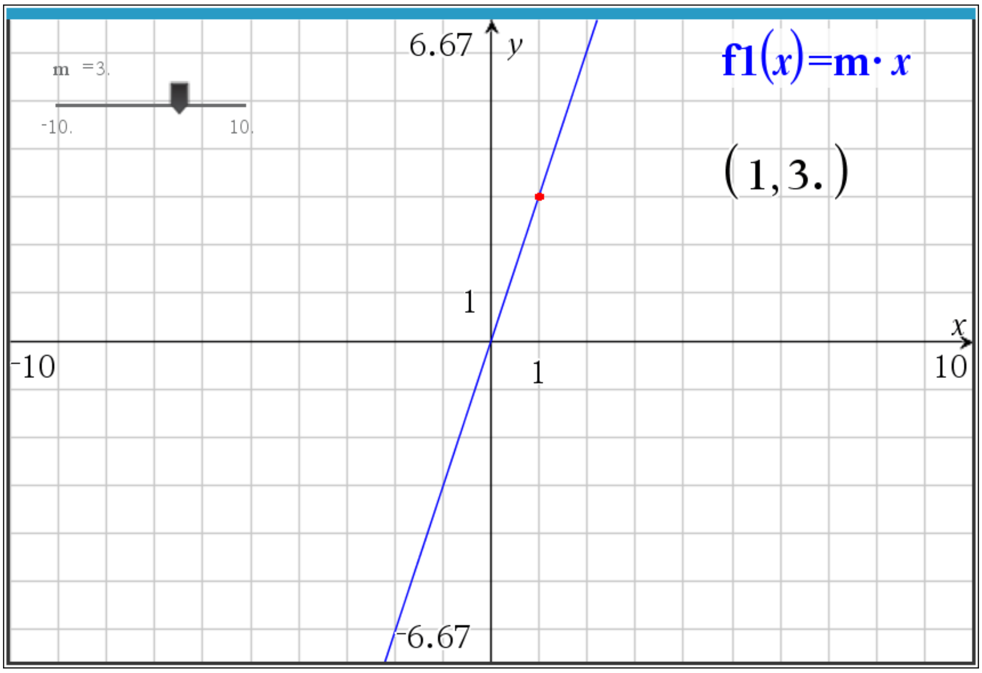
Blatt 4

Aufgabe:

Untersuche **quantitativ** durch Einsatz eines Schiebereglers die Auswirkungen des **Parameters m** auf den Verlauf des Graphen.

Beziehe in deine Untersuchungen die Koordinaten des Punktes P (rot dargestellt) mit ein.

Blatt 5



Blatt 6

Konstruktionsschritte für Steigungsdreieck

Punkt auf Gerade

Koordinaten unter Variablen abspeichern

Senkrechte konstruieren

Schnittpunkte bestimmen lassen

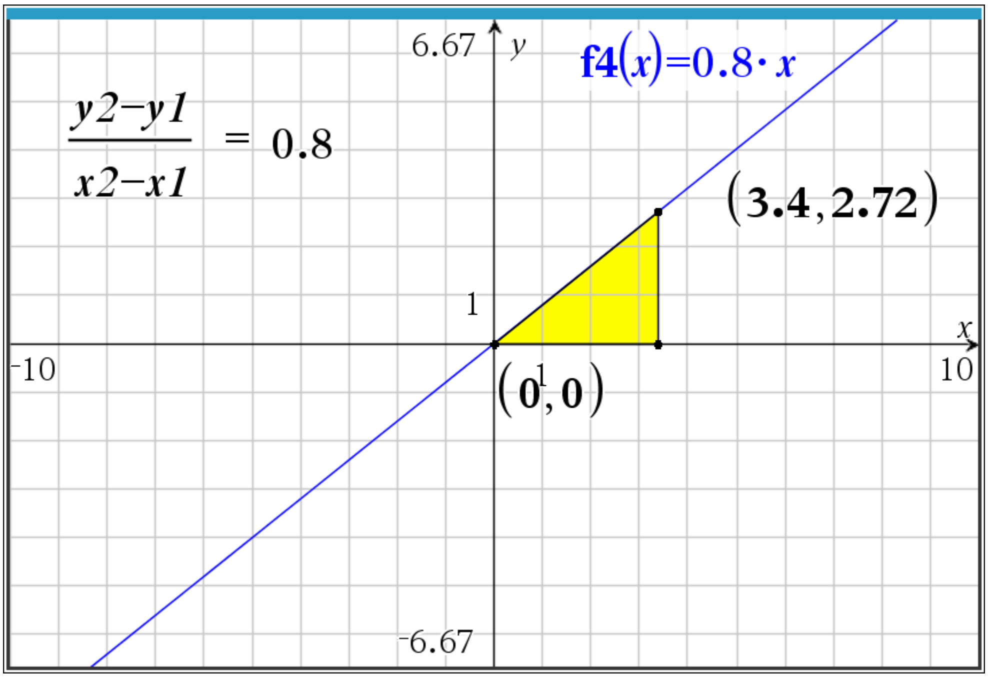
Senkrechte ausblenden (über Menu/Aktionen/...)

Dreieck, Dreieck färben

Text (Quotient eingeben, ohne Gleichheitszeichen)

Berechnen (mehrfach mit L bestätigen)

Blatt 7



Blatt 8

Wird der Wert des Anstiegs m vergrößert, dann

- ☐ A verändert sich der Wert des y−Achsen− abschnittes
- ☐ B werden die Funktionswerte im Vergleich zur Ausgangsfunktion größer
- ☐ C werden für positive m die Graphen steiler
- ☐ D werden für negative m die Graphen steiler

Blatt 9

Die Funktion f wird beschrieben durch $f(x) = m\cdot x$.
Der Anstieg sei $m = 4$.
Für Punkte des Graphen gilt: Auf 4 Schritt nach rechts, geht es einen Schritt nach oben.

- ○ Wahr
- ○ Falsch

Blatt 10

Der Graph einer linearen Funktion f verläuft durch den Koordinatenursprung und den Punkt $P(-2|4)$.
Gib die zugehörige Funktionsgleichung an.

$f(x)=$ Gleichung ergänzen

Blatt 11

Problem 5

Zwei Punkte Gleichung

Im nächsten Arbeitsblatt werden nach Eingabe der Koordinaten zweier Punkte die Punkte in einem Koordinatensystem dargestellt, die Funktions− gleichung ausgegeben und der Graph dargestellt.

(Falls die Abbildung eine Funktion darstellt.)

Hier wird eine Zweiteilung des Bildschirms verwendet.

Blatt 1

Koordinaten Punkt 1

$x1:=2 \blacktriangleright 2$ $y1:=0 \blacktriangleright 0$

Koordinaten Punkt 2

$x2:=2 \blacktriangleright 2$ $y2:=-4 \blacktriangleright -4$

Anstieg m

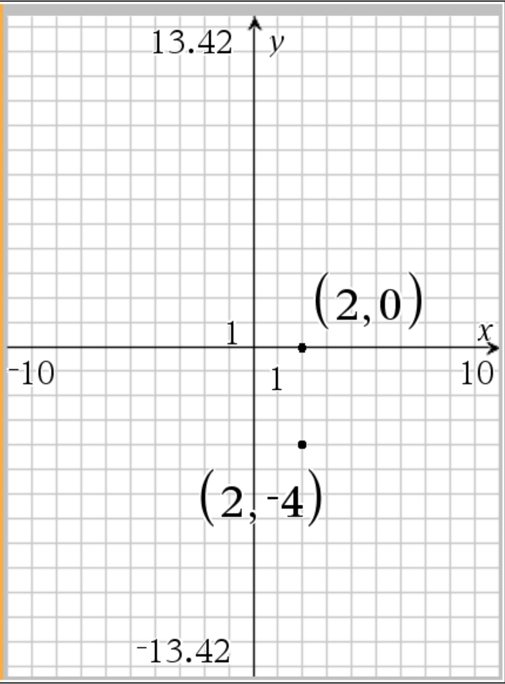
$m:=\frac{y2-y1}{x2-x1} \blacktriangleright \text{undef}$

absolutes Glied n

$n:=y1-m\cdot x1 \blacktriangleright \text{undef}$

Funktionsgleichung

$f(x):=m\cdot x+n \blacktriangleright \textit{Fertig}$



Blatt 2

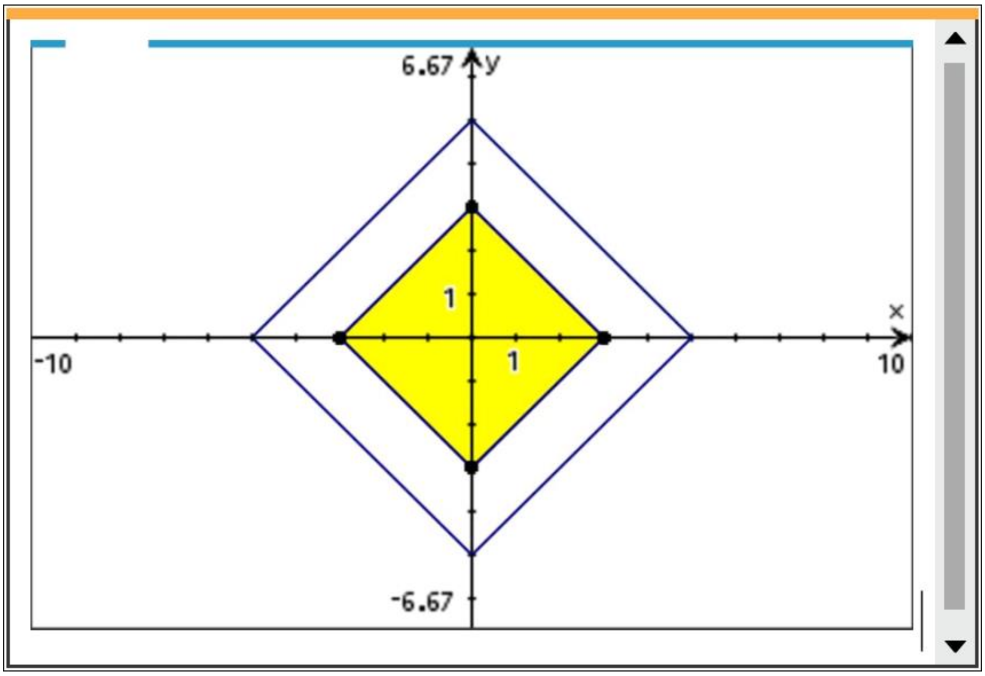
Problem 6

Graphen von Funktionen

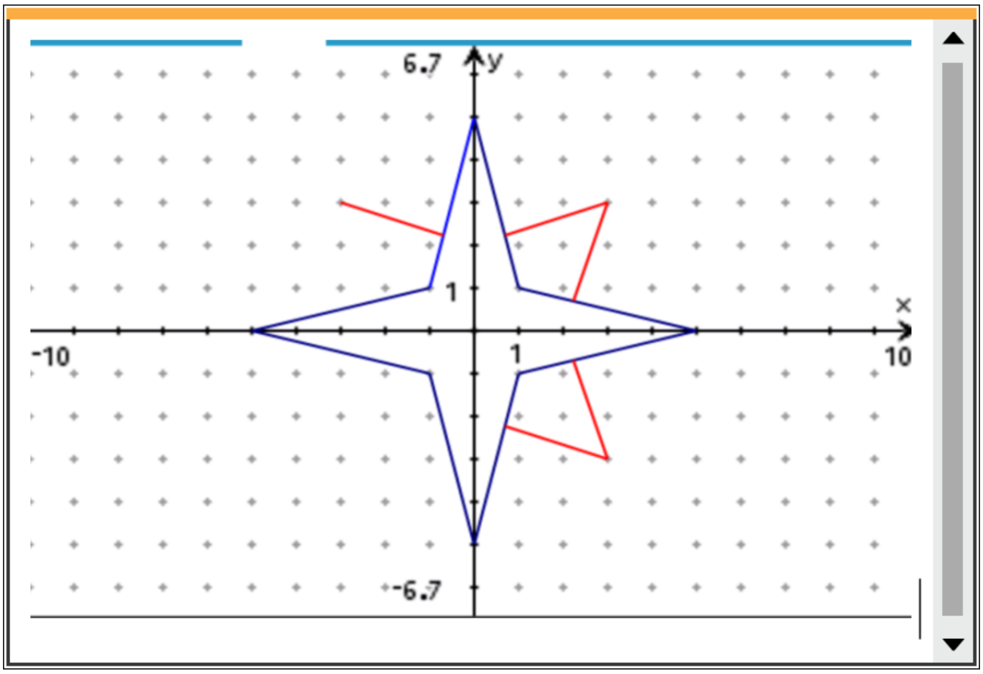
Auf den folgenden Seiten werden exemplarisch Bilder gegeben. Die Schüler werden angehalten diese Bilder durch geeignete Graphen in geeigneten Koordinatensystemen darzustellen.

Bei der Erstellung eigener Bilder werden der Keativität keine Grenzen gesetzt.

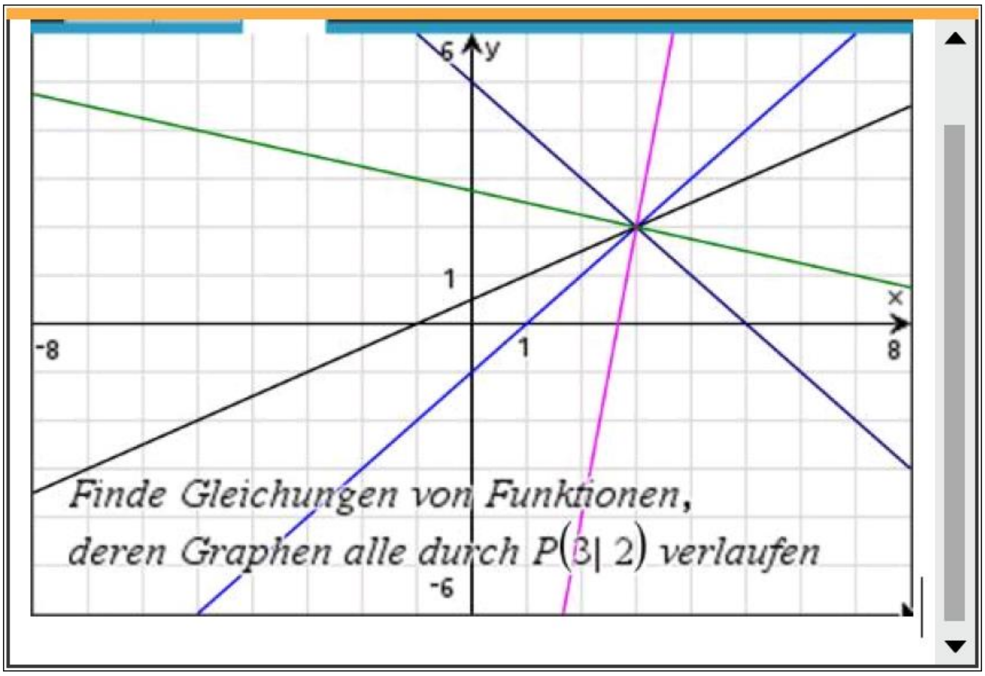
Blatt 1



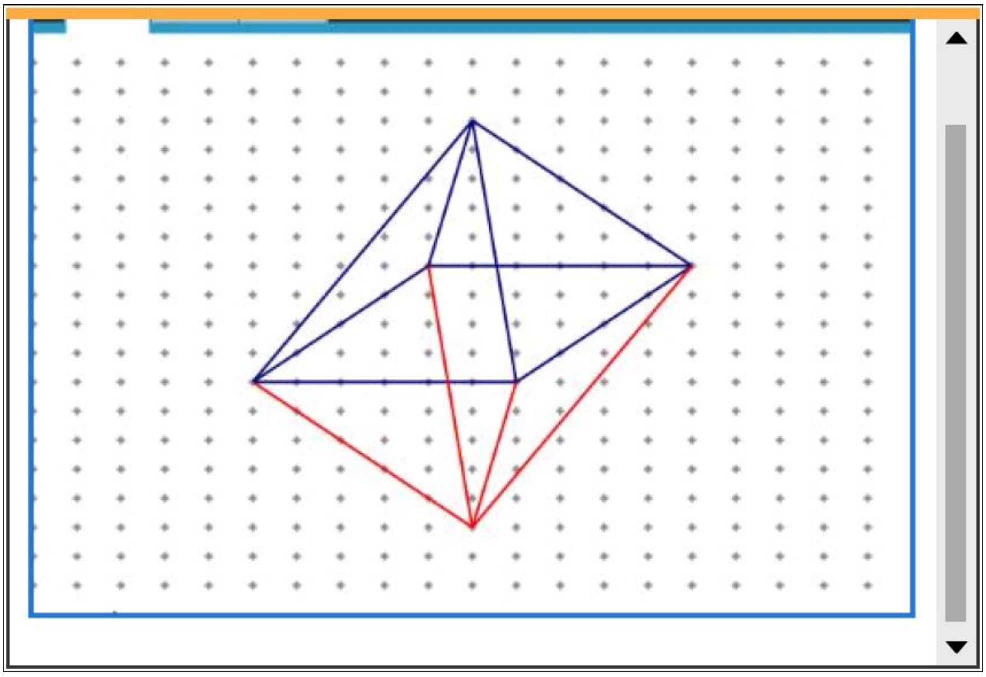
Blatt 2

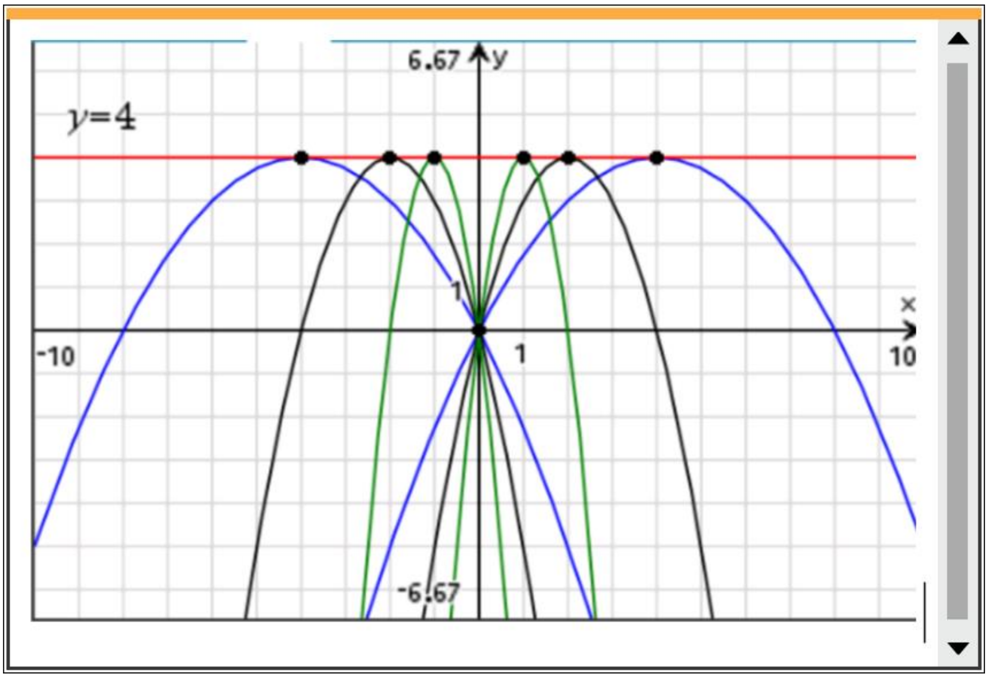


Blatt 3

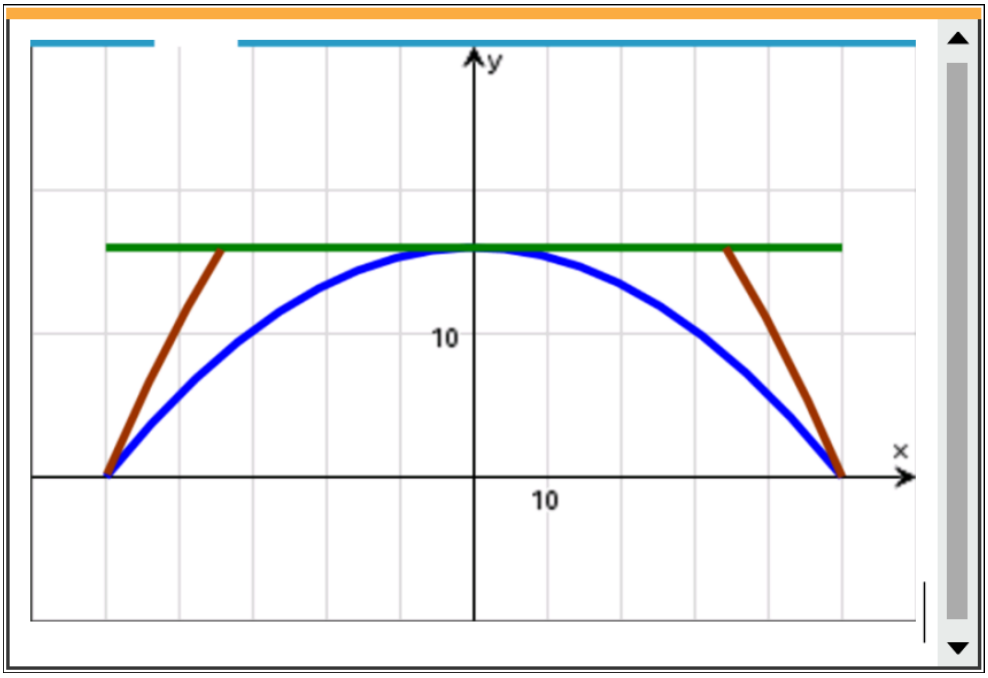


Blatt 4

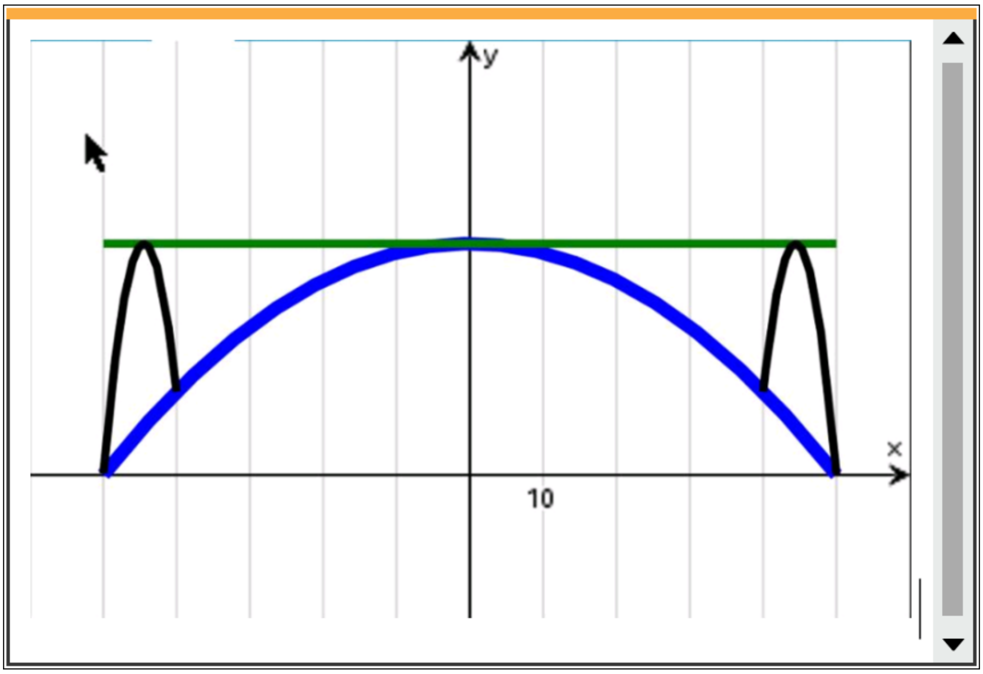

Blatt 5



Blatt 6



Blatt 7



Blatt 8

Problem 7

Anwendung: Kugelstoßen

Die Wurfweite ist abhängig von der Abwurfhöhe h, dem Abwurfwinkel und der Abwurfgeschwindigkeit v_0.

Für α = 45° und h = 2,40 m gelten folgende Gesetzmäßigkeiten: siehe Blatt 7.2

Blatt 1

Anwendung: Kugelstoßen

Anfangsgeschwindigkeit v_0 $\mathbf{v0} \blacktriangleright 12.$

Wurfparabel allg. $\mathbf{w}(\mathbf{v0},x):=\frac{-9.81}{\mathbf{v0}^2}\cdot x^2+x+2.4$

zweite Nullstelle $\mathbf{x0}:=\text{zeros}(\mathbf{w}(\mathbf{v0},x),x)$

Wurfparabel im Intervall

$\mathbf{wurf}(\mathbf{v0},x):=\mathbf{w}(\mathbf{v0},x)|0\leq x\leq \mathbf{x0}[2]$

Blatt 2

Anwendung: Kugelstoßen

Visualisierung

Die Wurfparabel soll in Abhängigkeit von v_0 im entsprechenden Intervall dargestellt werden. Auf der Bahn soll sich die Kugel bewegen.

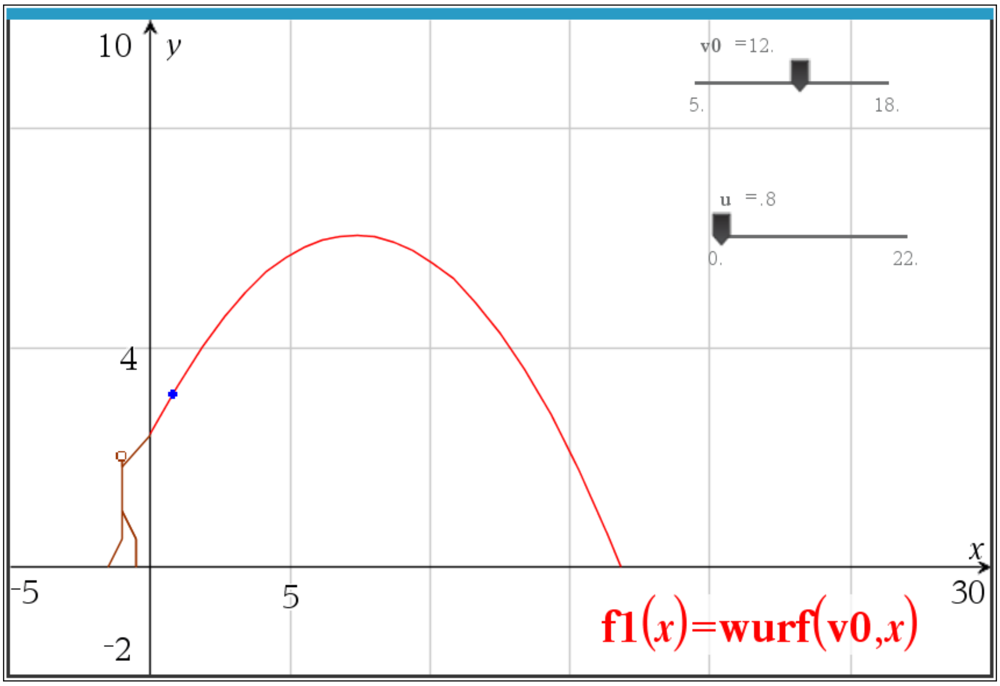
Die Abwurfgeschwindigkeit v_0 soll durch einen Schieberegler variierbar sein.

Als "nette" Ergänzung kann der Kugelstoßer als Graphik mit eingebaut werden :)

Bemerkung

Kugelstoßer als Streuplot (Werte auf Seite 7.5)

Blatt 3



Blatt 4

	A xk	B yk	C	D	E	F
=						
1	-1.5	0				
2	-1	0.5				
3	-1	1				
4	-0.5	0.5				
5	-0.5	0				
6	-0.5	0.5				
7	-1	1				
8	-1	2				

A xk

Blatt 5

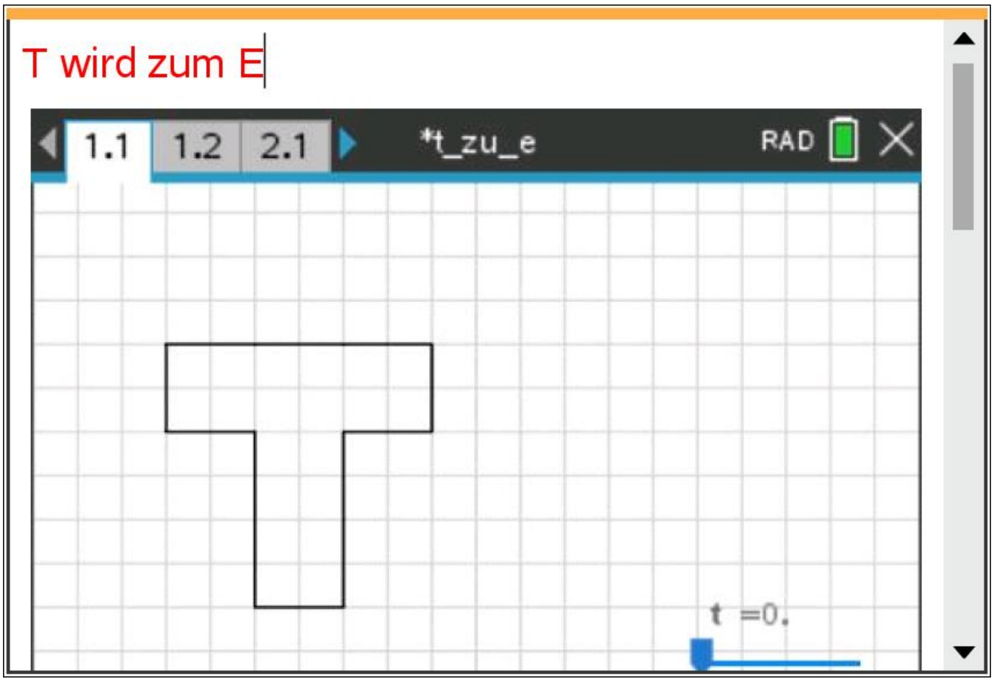
Problem 8

Bewegte Bilder

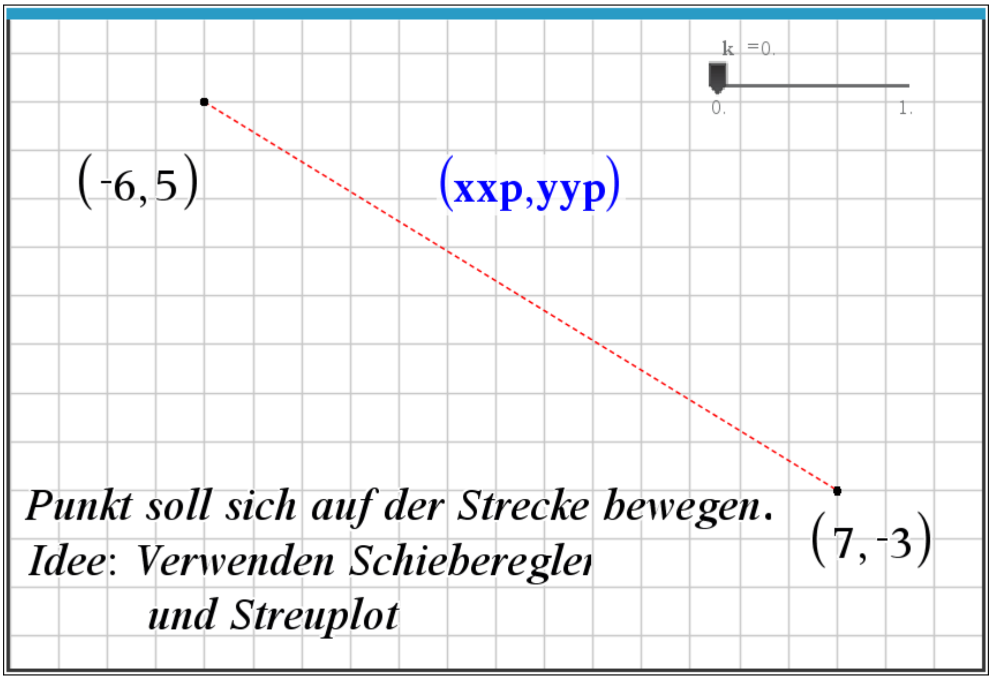
In dieser Problemstellung sollen die Schüler erkunden, wie sich ein Punkt auf einer Strecke von einem Ende zum anderen Ende bewegt.

Das kann zu einer Art "Morphing" erweitert werden.

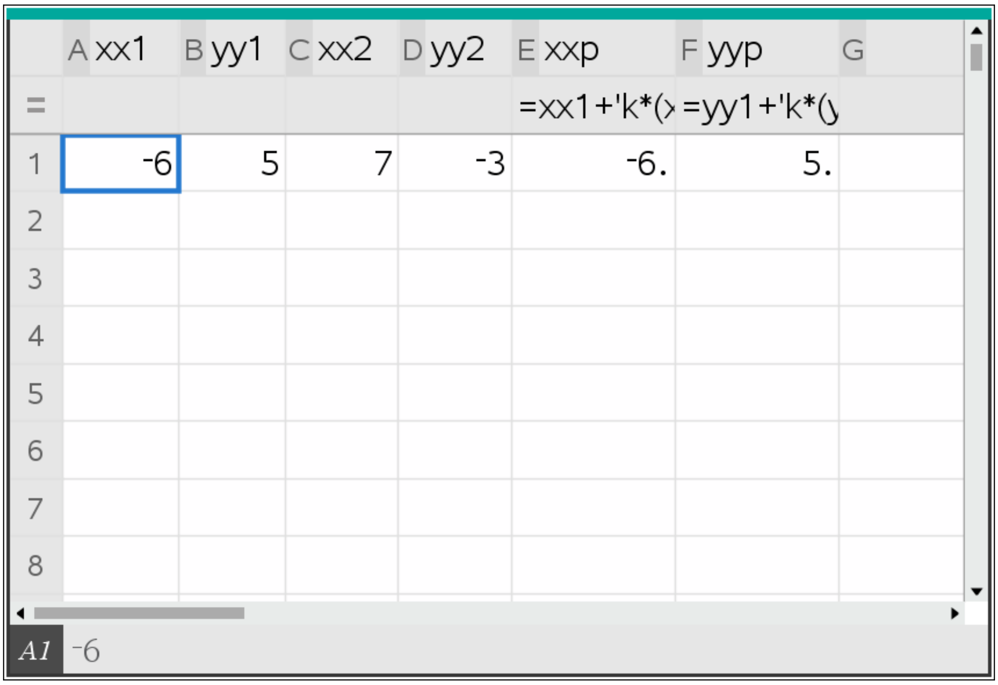
Blatt 1



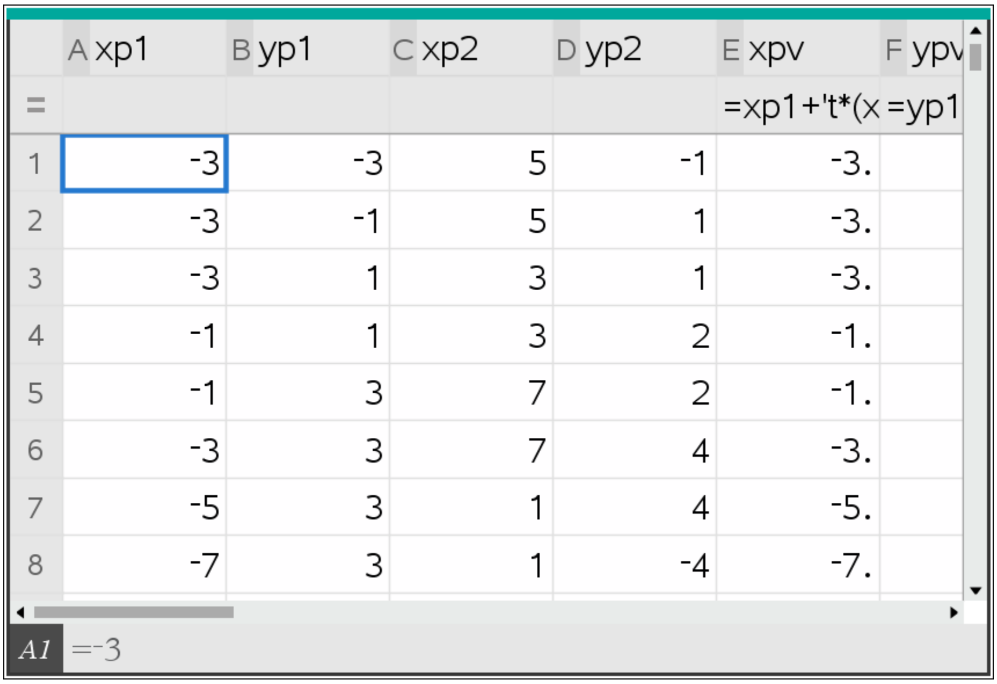
Blatt 2



Blatt 3



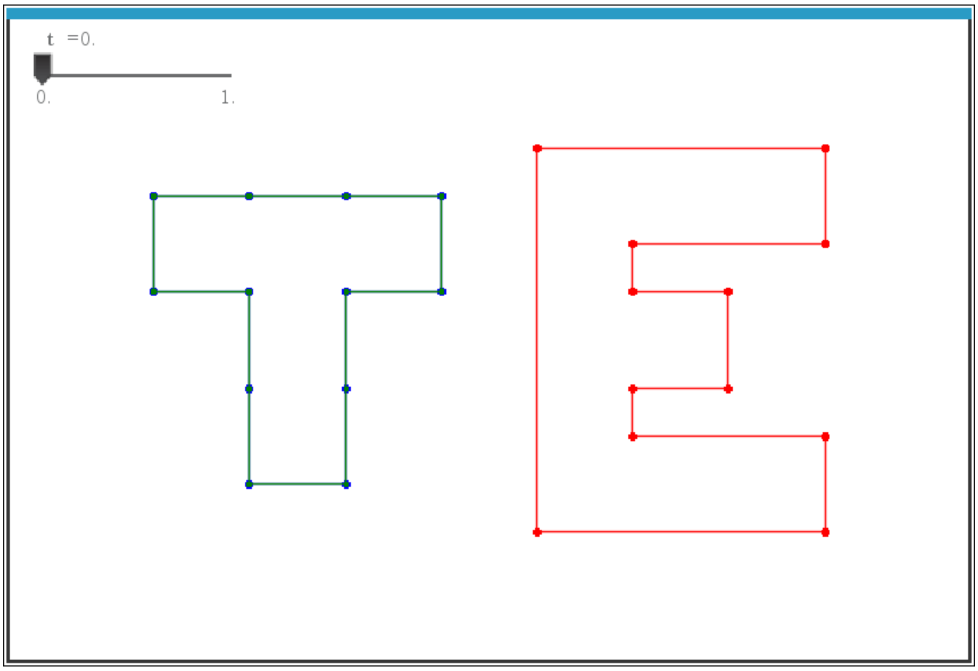
Blatt 4



	A xp1	B yp1	C xp2	D yp2	E xpv	F ypv
=					=xp1+'t*(x	=yp1
1	-3	-3	5	-1	-3.	
2	-3	-1	5	1	-3.	
3	-3	1	3	1	-3.	
4	-1	1	3	2	-1.	
5	-1	3	7	2	-1.	
6	-3	3	7	4	-3.	
7	-5	3	1	4	-5.	
8	-7	3	1	-4	-7.	

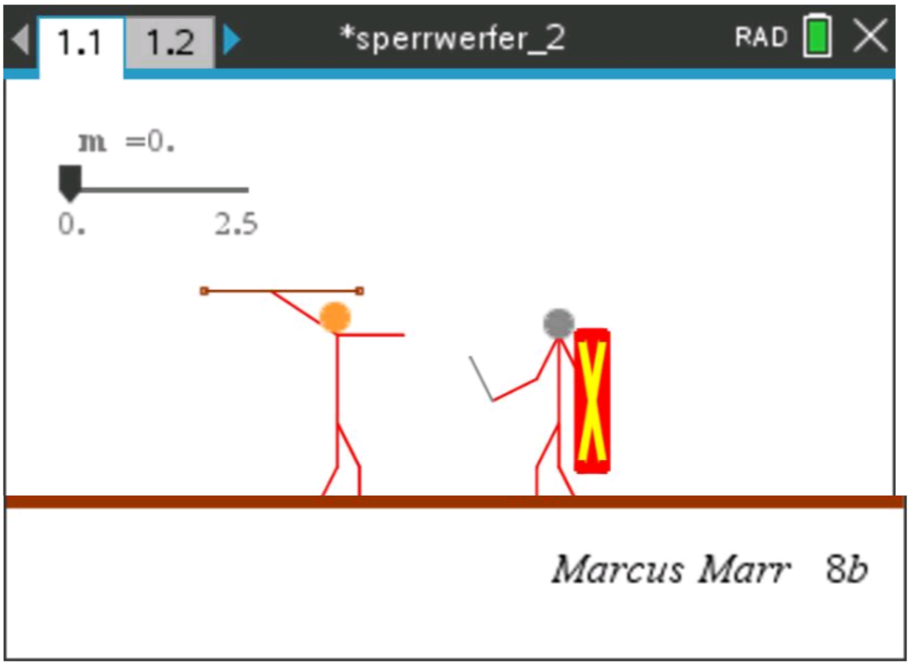
A1 =-3

Blatt 5



Blatt 6

Arbeit eines Schülers aus Klasse 8, die einen Speerwerfer und eine Schwertkämpfer animiert



Blatt 7

Problem 9

Piraten

Folgende Aufgabe stellt eine komplexe Aufgabenstellung dar, in dem das MMS einen wesentlichen Beitrag zum Lösen des Problems und zum Experimentieren leistet.

Diese Aufgabe gehört zu den anspruchsvollen Aufgaben.

Blatt 1

Piraten

Aus dem sicheren Hafen sticht an einem nebligen Novembertag ein Patrouillenboot in See, um Piraten aufzustöbern.

Die Voraussetzungen sind denkbar schlecht, denn die Sichtweite beträgt nur 0,5 km. Dennoch befiehlt der Kommandant die Ausfahrt und das Boot legt in der ersten Stunde eine Strecke von 20 km in Richtung Nordost zurück.

Zur gleichen Zeit fährt ein Piratenschiff in Richtung Südost.

Als das Patrouillenboot den Hafen verlässt, befindet sich das Piratenschiff 8 km in nördlicher und 2 km in östlicher Richtung vom Hafen entfernt und legt in einer Stunde 15 km zurück.

Können die Piraten entkommen?

Quelle: Computer, Internet & Co. Im Mathematikunterricht. Cornelsen: Berlin, S. 85 ff

Blatt 2

Piraten

Zuerst soll die Bewegung der Schiffe visualisiert werden.

Danach soll der Abstand in Abhängigkeit vom jeweiligen Standort gemessen und die Sichtweite veranschaulicht werden.

Anschließend soll für den Abstand eine graphische Darstellung angegeben und das Minimum bestimmt werden.

Nun kann mit weiteren Geschwindigkeiten experimentiert werden.

Blatt 3

Piraten

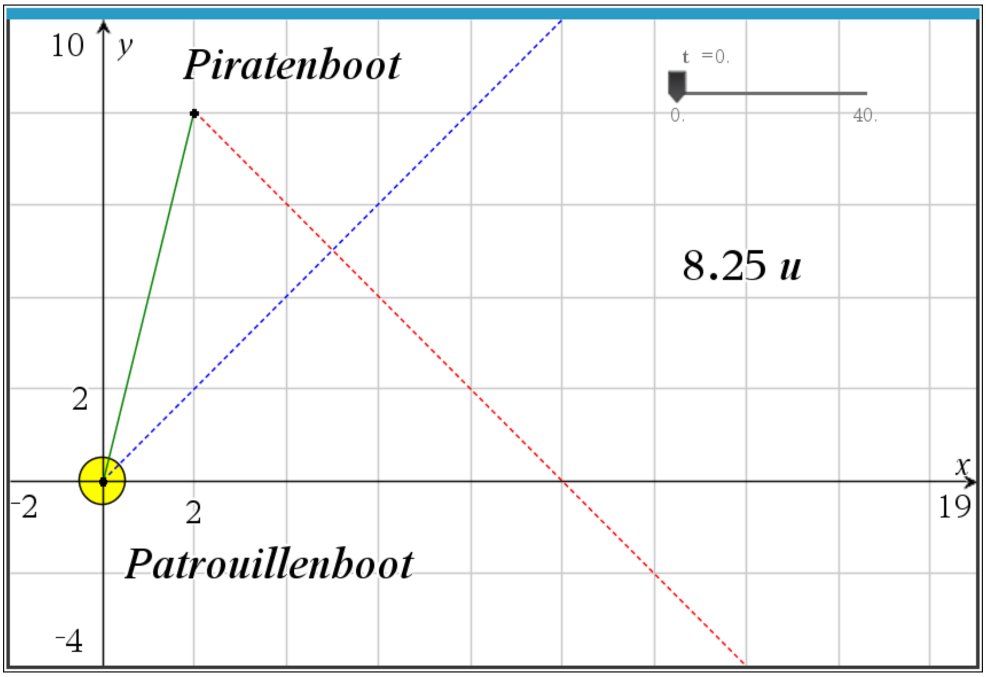
Geschwindigkeit der Piraten $vpi:=15$ ▸ 15

Geschwindigkeit der Patrouille $vpa:=20$ ▸ 20

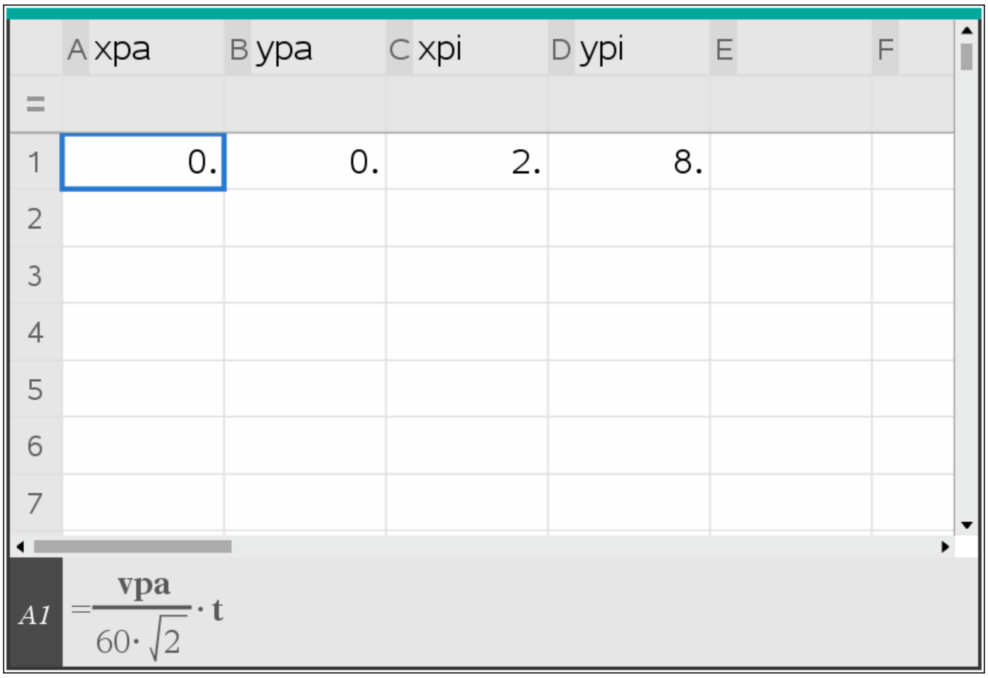
Tipp:

Für den pro Minute zurückgelegten Weg der Patrouille in x−Richtung gilt: $x=\frac{s}{60\cdot\sqrt{2}}$

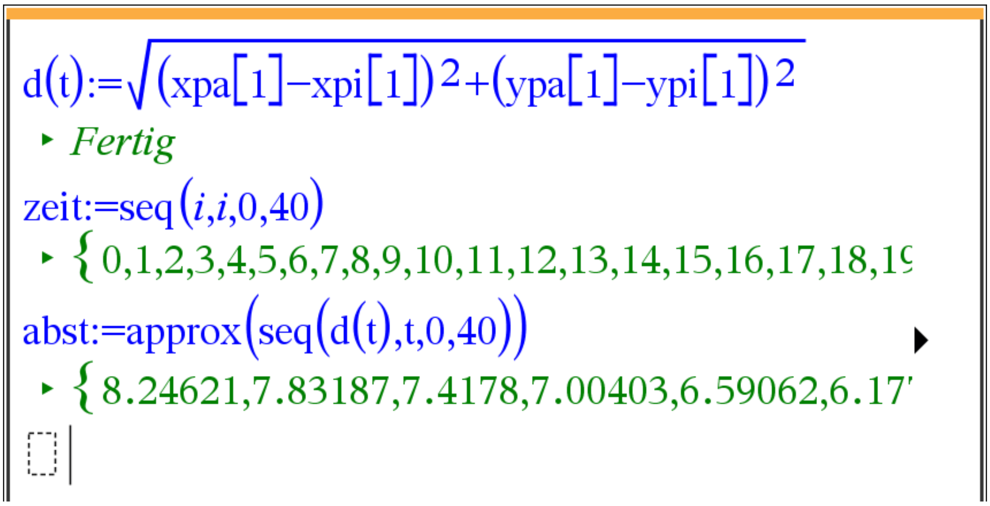
Blatt 4



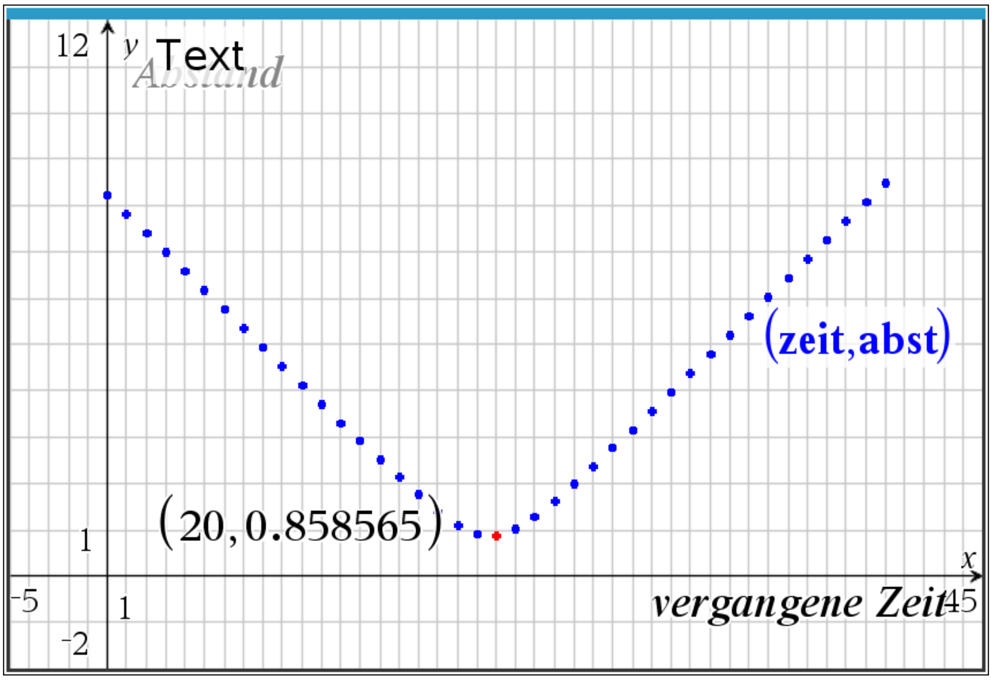
Blatt 5



Blatt 6



Blatt 7



Blatt 8

Problem 10

Eine oben offene Kiste

Auswertung und Verarbeitung von Daten

In dieser Aufgabe werden die Daten (Ergebnisse) der Klasse zum Lösen des Problems herangezogen. Auf verschiedenen Wegen wird dann zum Ergebnis gekommen und die Wege diskutiert.

Blatt 1

Eine oben offene Kiste

Aus einem A4− Blatt soll eine Kiste mit möglichst großem Volumen gefaltet werden.

Jeder Schüler faltet eine Kiste und misst Länge, Breite und Höhe. Alle Werte werden in eine Tabelle übernommen und das Volumen in Abhängigkeit der Höhe dargestellt.

Führe eine Regression (sinnvoll 3. Grades, Volumen) durch und interpretiere das Ergebnis.

Ergänze die Extremwerte für die Höhen der Kiste (Höhe = 0 bzw. Höhe = 10.5).

Führe wieder eine Regression durch.

Interpretiere deine Darstellung.

Ermittle eine Funktion, die das Volumen in Abhängigkeit von der Höhe beschreibt und stelle diese graphisch dar. Bestimme mittels *fmax* das maximale Volumen.

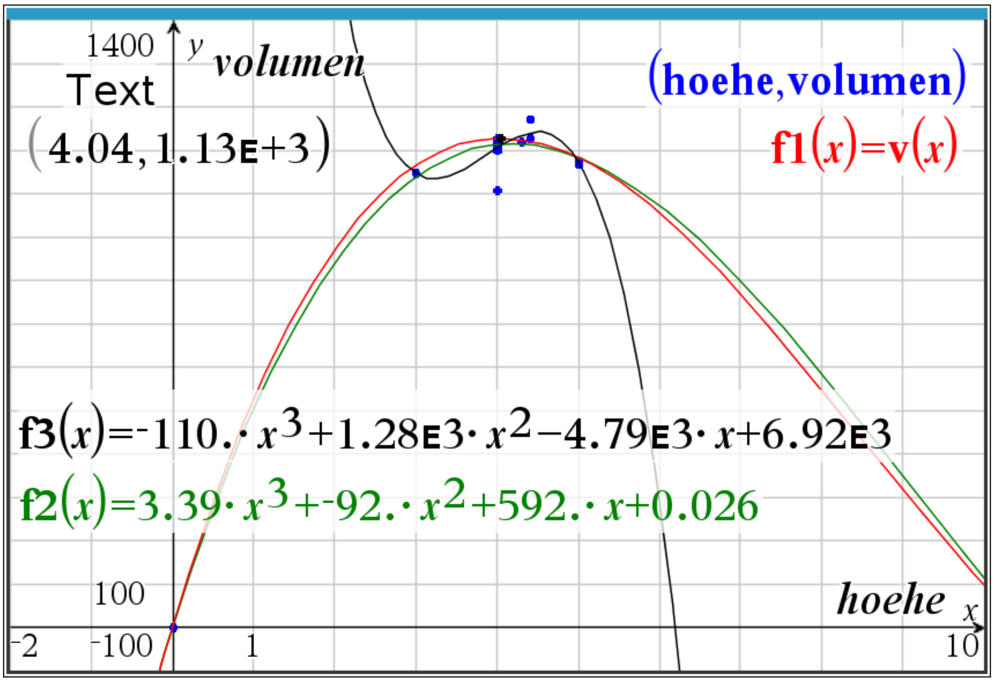
Vergleiche alle Vorgehensweisen.

Blatt 2

	A name	B nr	C laenge	D breite	E hoehe	F volumen	G
=						=laenge*b	=la
1	anna	1	21.8	12.2	4.4	1170.22	
2	paul_d	2	19.6	11.	5.	1078.	
3	anton	3	21.6	12.9	4.	1114.56	
4	marit	4	21.6	13.	4.	1123.2	
5	lena	5	21.	12.4	4.3	1119.72	
6	hannah	6	21.6	13.	4.	1123.2	
7	chiara	7	21.6	13.	4.	1123.2	
8	lilly	8	21.6	13.	4.	1123.2	

A1 *anna*

Blatt 3

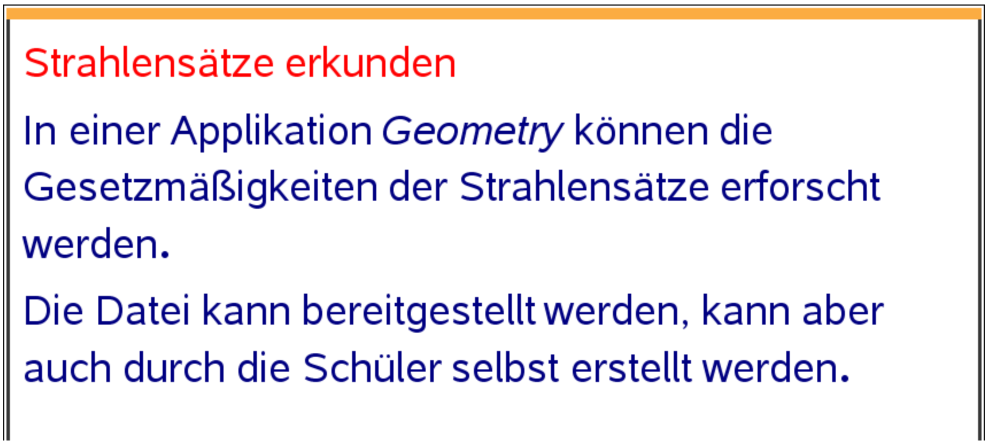


Blatt 4

$v(x):=x\cdot(29.7-2\cdot x)\cdot(21-2\cdot ▸$ *Fertig*

Blatt 5

Problem 11

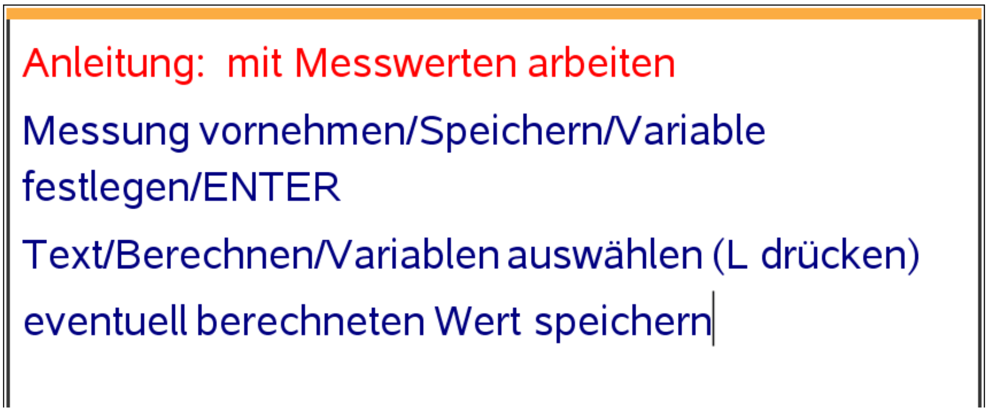


Strahlensätze erkunden

In einer Applikation *Geometry* können die Gesetzmäßigkeiten der Strahlensätze erforscht werden.

Die Datei kann bereitgestellt werden, kann aber auch durch die Schüler selbst erstellt werden.

Blatt 1



Anleitung: mit Messwerten arbeiten

Messung vornehmen/Speichern/Variable festlegen/ENTER

Text/Berechnen/Variablen auswählen (L drücken)

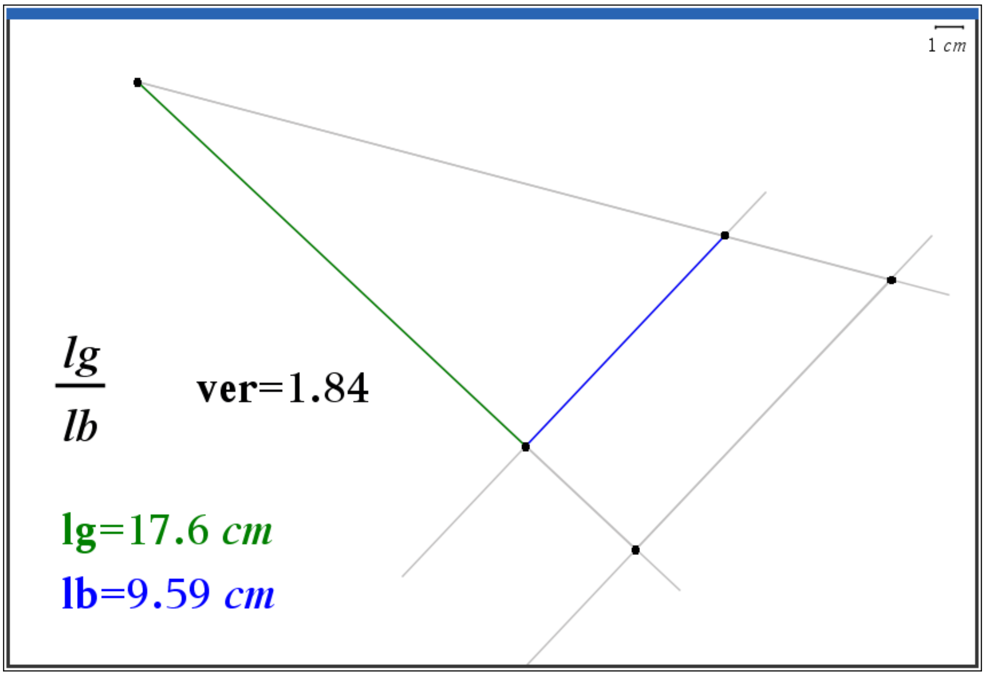
eventuell berechneten Wert speichern

Blatt 2

Strahlensätze erkunden

1. Zeichne zwei Strahlen mit gemeinsamen Anfangspunkt, färbe sie grau
2. Konstruiere zwei schneidende Parallelen (grau)
3. Erzeuge die farbig dargestellten Strecken (siehe Bild)
4. Miss jeweils die Länge der farbig dargestellten Strecke
5. Bilde das Verhältnis der Längen
6. Verschiebe die Parallele und interpretiere das Ergebnis

Blatt 3



Blatt 4

Problem 12

Simulation von Zufallsexperimenten

Mit Hilfe von Simulation von Zufallsexperimenten lassen sich Gesetzmäßigkeiten erkennen.

Diese werden anschließend auf mathematischer Grundlage verifiziert.

Blatt 1

Problem des Fürsten der Toskana

Um 1600 schrieb der Fürst der Toskana (ein begeisterter Würfelspieler) einen Brief an Galilei:

Bei gleichzeitigem Wurf von drei einwandfreien Würfeln konnte ich beobachten, dass die Augensumme 11 häufiger erschien als die 12 und die Augensumme 10 häufiger als die 9 auftrat. Alle Summen können doch auf gleich viele Arten entstehen und wären demnach gleichwahrschein-lich.

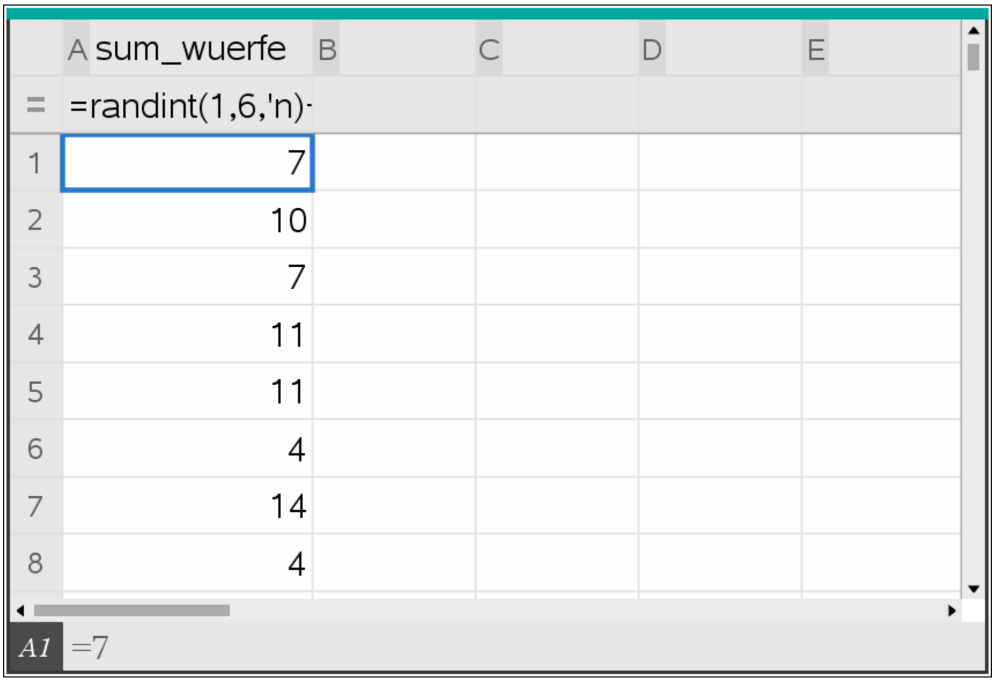
Bemerkung:

Auch Leibniz dachte, mit zwei Würfeln eine 11 oder 12 zu würfeln, sei gleichwahrscheinlich.

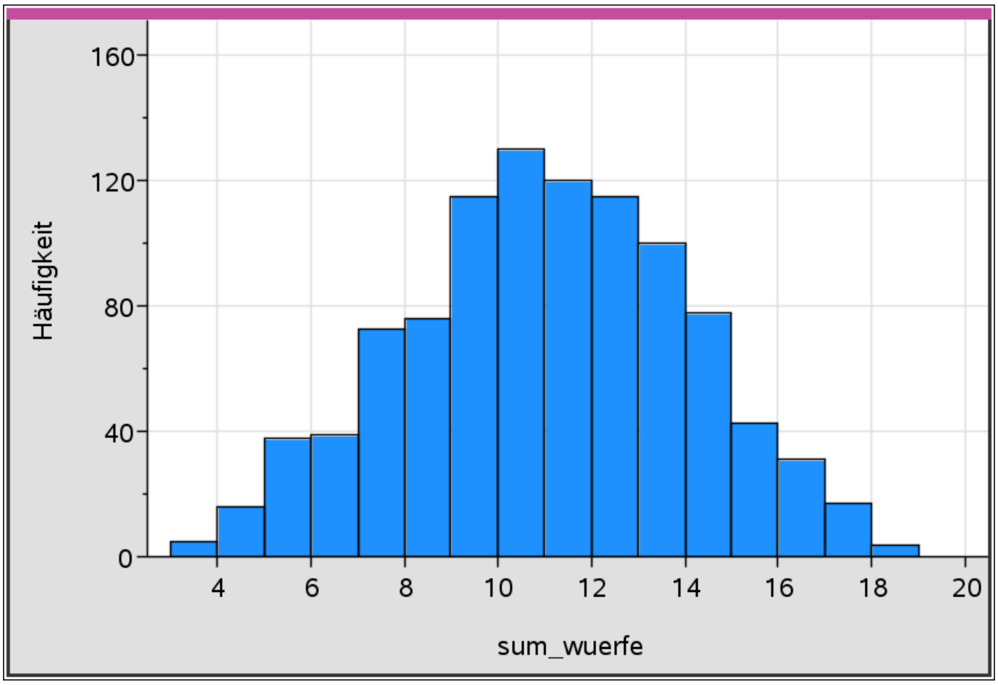
RandSeed 25364 ▸ *Fertig*

n:=1000 ▸ 1000

Blatt 2



Blatt 3



Blatt 4

Problem 13

Ziegenproblem

Bei einer Spielshow soll der Kandidat eines von drei aufgebauten Toren auswählen.

Hinter einem verbirgt sich der Gewinn, ein Auto, hinter den anderen beiden jeweils eine Ziege.

Folgender Spielablauf ist immer gleich und den Kandidaten vorab bekannt:

Der Kandidat wählt ein Tor aus, welches aber vorerst verschlossen bleibt. Daraufhin öffnet der Moderator, der die Position des Gewinns kennt, eines der beiden nicht vom Kandidaten ausgewählten Tore, und zwar eines, hinter dem sich eine Ziege befindet. Im Spiel befinden sich also noch ein Gewinn und eine Niete.

Der Moderator bietet dem Kandidaten an, seine Entscheidung zu überdenken und das andere Tor zu wählen.

Blatt 1

Ziegenproblem

Zum Finden einer Gesetzmäßigkeit soll nun ein Kandidat betrachtet werden, der immer seinen Standort wechselt.

D.h.: Der Kandidat gewinnt, wenn er nicht vor dem Tor, hinter dem sich das Auto befindet, steht.

Blatt 2

Ziegenproblem

n:=10 ▸ 10

a_t:=randInt(1,3,**n**) ▸ {1,1,1,2,3,3,1,2,1,2}

k_t:=randInt(1,3,**n**) ▸ {2,3,2,3,2,2,2,3,3,1}

hilfsliste:=seq(**a_t**[*i*]−**k_t**[*i*],*i*,1,**n**) ▸ {-1,-2,-1,-1,1,1,-1,-1,-2,1}

anz_gewinne:=countIf(**hilfsliste**,?≠0) ▸ 10

$$\mathbf{relh}:=\frac{\mathbf{anz\_gewinne}}{\mathbf{n}}\cdot 1. \blacktriangleright 1.$$

Blatt 3

Ziegenproblem

In der Applikation *Lists & Spreadsheet* wird die Anweisung

when(Bedingung, dann Anw1, sonst Anw2)

verwendet.

Dabei wird nicht der Name der Spaltenvariable, sondern der Buchstabe A, B, … verwendet.

Blatt 4

	A spieler	B auto	C gewi…	D	E	F
=	=randint(1	=randint(1				
1	1	1	0	68		
2	2	1	1			
3	1	1	0			
4	3	1	1			
5	3	1	1			
6	3	2	1			
7	3	1	1			
8	2	1	1			

A1 =1

Blatt 5

Ziegenproblem

In der nächsten Applikation ist ein kleines Programm in ***TI–Basic*** gegeben, dass die relative Häufigkeit für einen Gewinn für den Wechsler simuliert.

Blatt 6

ziegen_basic 0/12

```
Define ziegen_basic()=
Prgm
Local i,n,a,t,g
Request "Anzahl Spiele: ",n
g:=0
For i,1,n
  a:=randInt(1,3)
  t:=randInt(1,3)
  If a≠t Then
    g:=g+1
  EndIf
EndFor
Disp g,"mal Auto"
```

Blatt 7 (Ausschnitt)

ziegen_basic()

Anzahl Spiele: 1000

642 mal Auto

p= 0.642

Fertig

Blatt 8

Ziegenproblem

In dieser Applikation ist ein kleines Programm in ***Python*** gegeben, dass die relative Häufigkeit für einen Gewinn für den Wechsler simuliert.

Bemerkung:

Die Implementierung erfolgte hier bewusst unter der Verwendung von Funktionen.

Blatt 9

```
ziegen_python.py                                    1/35
from random import *

print("das problem mit den ziegen")
n = int(input("anzahl der versuche = "))

def liste_auto():
    seed
    l_auto =[]
    for i in range(n):
        za = randint(1 ,3)
        l_auto.insert(i ,za)
    return l_auto

def liste_kandidat():
    seed
    l_kand =[]
    for i in range(n):
        zk = randint(1 ,3)
        l_kand.insert(i ,zk)
    return l_kand
```

Blatt 10 (Ausschnitt)

Problem 14

Gesetz der großen Zahlen

In dieser Applikation soll gezeigt werden, dass für eine große Anzahl von Versuchen die relative Häufigkeit sich stabilisiert.

Dazu wird ein Zufallsversuch "Werfen einer idealen Münze" mit den Ausgängen Kopf = 0 und Zahl = 1 gewählt. Die Ergebnisse werden protokolliert und die zugehärigen relativen Häufigkeiten ermittelt und anschließend visualisiert.

Bemerkung: Für kleine Anzahlen von n (z. B.: n<50) kann der Schüler die Datei auch selbst erstellen.

Blatt 1

Gesetz der großen Zahlen

Anzahl der Würfe

$n:=1000$ ▸ 1000

Initiallsieren Zufallsgenerator

RandSeed 2935 ▸ *Fertig*

Simulation

$wurf:=\text{randInt}(0,1,n)$
▸ $\{0,0,0,0,0,0,1,0,0,1,1,0,0,0,0,1,1,1,1,1,0,0,1,0,0,0,$

absolute Häufigkeit

$absh:=\text{countIf}(wurf,?=1)$ ▸ 483

relative Häufigkeit

$relh:=\text{approx}\left(\text{sum}\left(\frac{wurf}{n}\right)\right)$ ▸ 0.483

Blatt 2

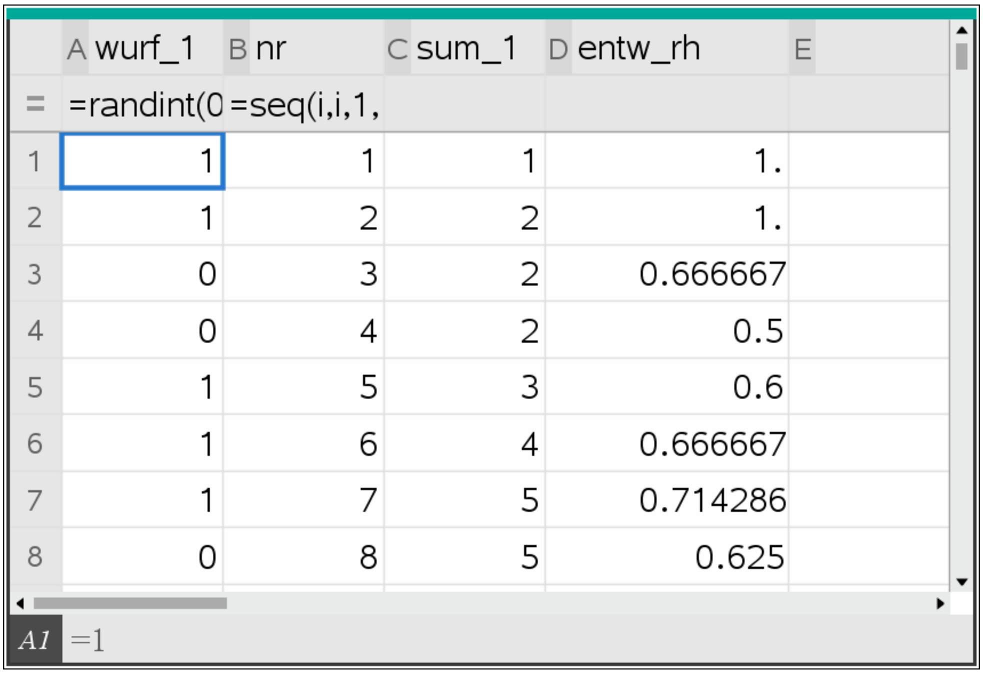
Bemerkung:

Wird das Erzeugen der Versuchsergebnisse direkt in der Applikation *Lists & Spreadsheet* definiert

wurf_1 := randint(0,1,n)

kann das Experiment durch Eingabe von zweimal ENTER wiederholt werden.

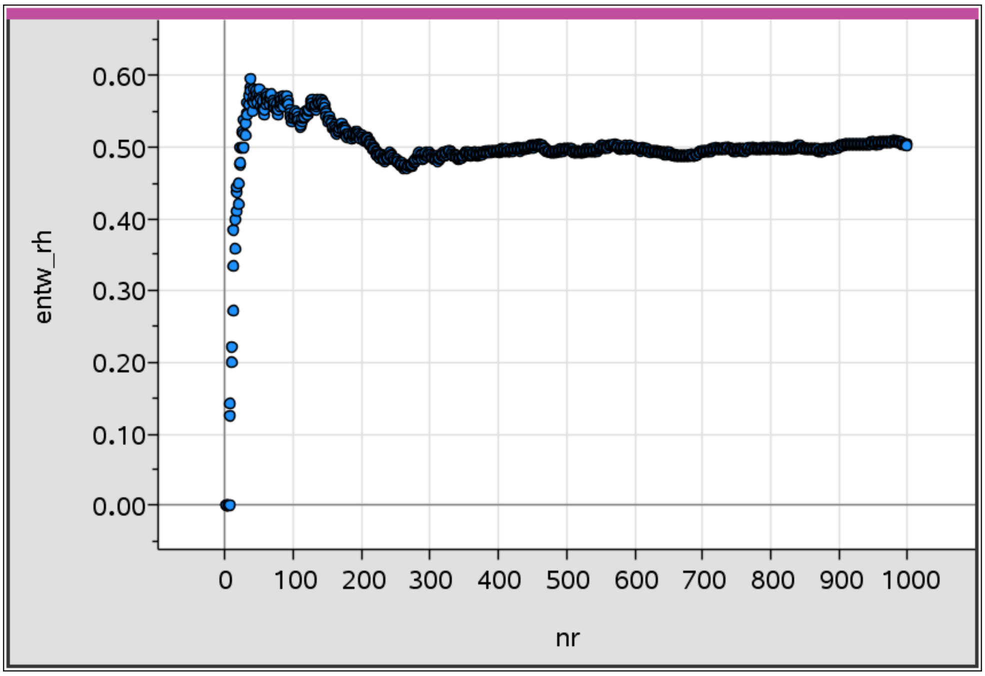
Blatt 3



	A wurf_1	B nr	C sum_1	D entw_rh	E
=	=randint(0	=seq(i,i,1,			
1	1	1	1	1.	
2	1	2	2	1.	
3	0	3	2	0.666667	
4	0	4	2	0.5	
5	1	5	3	0.6	
6	1	6	4	0.666667	
7	1	7	5	0.714286	
8	0	8	5	0.625	

A1 =1

Blatt 4



Blatt 5

Problem 15

Weitsprung

In dieser Aufgabe soll das Auswerten von Daten angewendet werden. Dazu wird mit Listen, Listenbefehlen sowie Daten in den Applikationen *Lists & Spreadsheet* und *Data & Statistics* gearbeitet.

Die Diskussion über mögliche Entscheidungen kann ergebnisoffen geführt werden.

Blatt 1

Weitsprung

Da der Sportverein zu den regionalen Meister-schaften im Weitsprung nur eine Sportlerin melden darf, lässt der Trainer Ellen und Maria noch eine Serie von acht Sprüngen absolvieren. Die Ergebnisse wertet er nun aus.

Für welche der Sportlerinnen sollte der Trainer sich entscheiden, wenn bei den Meisterschaften nur drei Sprünge absolviert werden?

Blatt 2

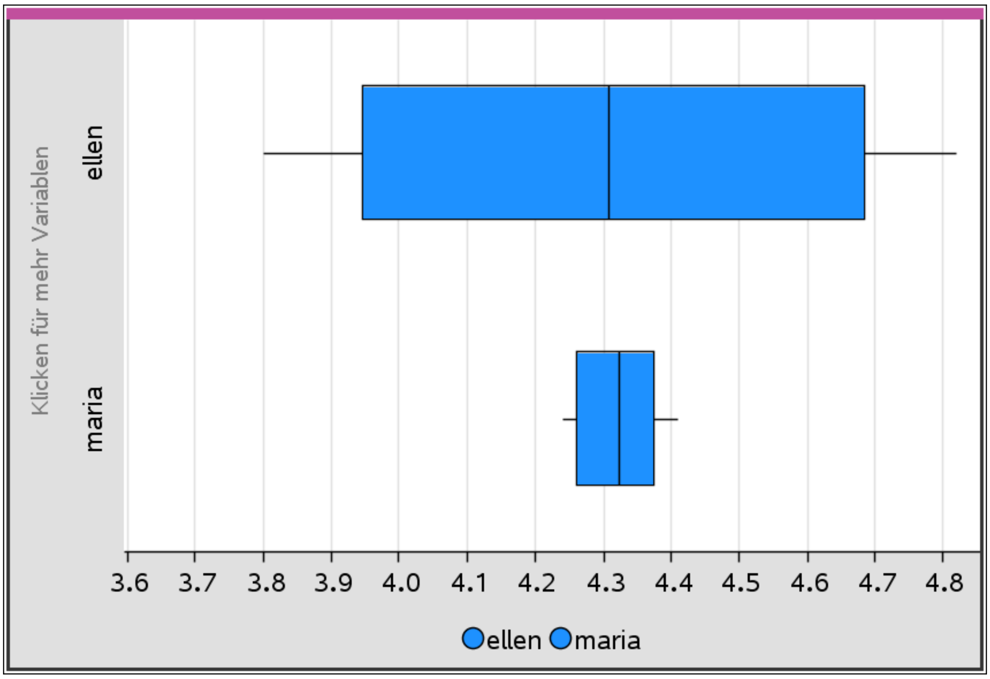
	A ellen	B maria	C	D	E	F
=						
1	3.8	4.41				
2	3.91	4.4				
3	3.98	4.35				
4	4.22	4.33				
5	4.4	4.32				
6	4.62	4.24				
7	4.75	4.28				
8	4.82	4.24				

A1 =3.8

Blatt 3

```
ellen                          {3.8,3.91,3.98,4.22,4.4,4.62,4.75,4.82▸
mean(ellen▸                                                   4.3125▸
median(ellen▸                                                   4.31
maria                          {4.41,4.4,4.35,4.33,4.32,4.24,4.28,4.24▸
mean(maria▸                                                  4.32125▸
median(maria▸                                                  4.325▸
spann_ellen:=max(ellen)-min(ellen▸                              1.02
spann_maria:=max(maria)-min(maria▸                              0.17
```

Blatt 4



Blatt 5

Standardabweichung

$$\sigma(x) = \sqrt{\left(\frac{1}{n}\cdot\left(\sum_{i=1}^{n}\left(\left(x_i - x_m\right)^2\right)\right)\right)}$$

n … Anzahl Daten

x_i … aktuelles Datum

x_m … Mittelwert

n:=8 ▸ 8

ellen_mw:=mean(**ellen**) ▸ 4.3125

maria_mw:=mean(**maria**) ▸ 4.32125

ellen_sa ▸ {0.369958}

maria_sa ▸ {0.061122}

Blatt 6

	A ellen	B ellen_qu	C ellen_sa	D	E	F
=		=(ellen−el			=OneVar(	
1	3.8	0.262656	0.369958	Titel	Statistik ...	
2	3.91	0.162006		$\bar{x}$	4.3125	
3	3.98	0.110556		Σx	34.5	
4	4.22	0.008556		Σx²	149.876	
5	4.4	0.007656		sx := sn-...	0.395501	
6	4.62	0.094556		σx := σn...	0.369958	
7	4.75	0.191406		n	8.	
8	4.82	0.257556		MinX	3.8	

A1 =3.8

Blatt 7

	A maria	B maria...	C maria...	D	E	F
=		=(maria−n			=OneVar(	
1	4.41	0.007877	0.061122	Titel	Statistik ...	
2	4.4	0.006202		$\bar{x}$	4.32125	
3	4.35	0.000827		Σx	34.57	
4	4.33	0.000077		Σx²	149.416	
5	4.32	0.000002		sx := sn-...	0.065343	
6	4.24	0.006602		σx := σn...	0.061122	
7	4.28	0.001702		n	8.	
8	4.24	0.006602		MinX	4.24	

A1 =4.41

Blatt 8

Problem 16

chuck a luck

Bevor das Spiel auf "Fairness" untersucht wird, kann es in der Klasse zigfach simuliert werden. Die gewonnenen Daten dienen dann als Vermutung und werden mathematisch bestätigt.

Blatt 1

chuck a luck

Ein Spieler spielt gegen die Bank: Der Einsatz des Spielers für ein Spiel beträgt 1 €.

Der Spieler nennt eine Zahl aus dem Bereich 1 bis 6 und würfelt dann dreimal.

Erscheint seine genannte Zahl mindestens einmal, erhält er von der Bank seinen Einsatz zurück und zusätzlich 1 €; erscheint seine genannte Zahl zweimal, erhält er zusätzlich 2 €.

Für den Fall, dass seine genannte Zahl dreimal erscheint, erhält er zusätzlich 3 €.

Blatt 2

chuck a luck

Erzeugen vier Zufallszahlen:

erste: genannte Augenzahl

zweite bis vierte: gewürfelten Augenzahlen

$\mathbf{chuck}:=\text{randInt}(1,3,4) \blacktriangleright \{1,3,2,2\}$

Auswertung:

$\text{countIf}(\mathbf{chuck},\mathbf{chuck}[1])-1 \blacktriangleright 0$

Blatt 3 (Anmerkung: in Zeile 5 muss es heißen chuck:=randInt(1,6,4))

Autor:
Ralph Huste

Info:
Ralph Huste unterrichtet *Mathematik* und *Informatik* am Albert-Schweitzer-Gymnasium in Sömmerda.