

Sensoren im Mathematikunterricht

Bestimmte Integrale



Autoren:

Claude Blanc, Jürgen Enders, Sebastian Rauh, Dr. Markus Roth, Frank Ueckert,
Mirco Tewes, René Cerajewski



Teachers Teaching with Technology™

Bestimmte Integrale

Inhalt	Ermittlung der Spannarbeit bei einem Gummiband
Mathematik	Bestimmte Integrale
Physik	Spannarbeit, Hooke'sches Gesetz
Technik	Elastische und plastische Verformungen

Grundlagen des Kontextes

Bei Spiralfedern gilt im Elastizitätsbereich das Hooke'sche Gesetz: $F(s) = D \cdot s$.

Dabei ist D die von der jeweiligen Feder abhängige Federkonstante. Die Kraft F ist also nicht konstant, sondern hängt von der Auslenkung s ab. Deshalb kann man auch nicht den einfachen Ansatz $W = F \cdot s$ zur Berechnung der Spannarbeit W verwenden, sondern man muss einzelne Arbeitsportionen dW längs kleiner Wegelemente ds berechnen und aufsummieren, also integrieren:

$$W = \int_0^x F ds = \int_0^x D \cdot s ds = \frac{1}{2} D x^2$$

Bei Gummibändern gilt das Hooke'sche Gesetz nicht. Hier muss grundsätzlich numerisch integriert werden. Die Spannarbeit und damit die in einem gespannten Gummiband gespeicherte Spannenergie lässt sich folgendermaßen berechnen:

$$W = \int_0^x F ds$$

Mögliche Problemfragen oder Einstiege in den Unterricht

Enger geführte Aufgabe:

Dehne das Gummiband schrittweise und notiere dabei die Länge der Dehnung und die aufzuwendende Kraft.

Offenere Aufgabe:

Plane ein Experiment, mit dem man die Spannarbeit bestimmen kann.

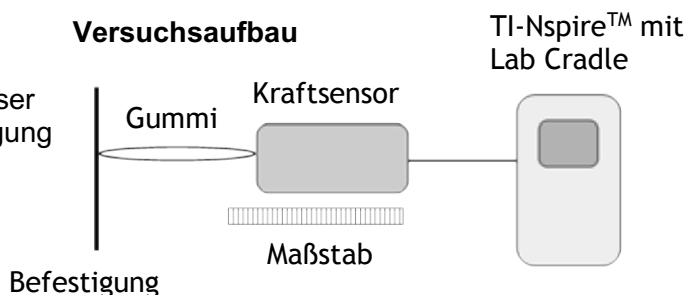
Projektvorschlag:

Vergleiche verschiedene Spiralfedern und Gummibänder und notiere Unterschiede und Gemeinsamkeiten.

Material

- Kraftsensor oder Federkraftmesser
- Gummiband mit stabiler Befestigung
- eventuell Spiralfedern
- Maßstab

Versuchsaufbau



Versuchsdurchführung

Für die erste Messung sollte das Gummiband soweit gestreckt sein, dass der Kraftsensor gerade noch den Wert 0 N anzeigt. Hier ist auch der Nullpunkt der Wegskala. Dann sollte in gleichmäßigen Schritten von z. B. 5 mm gemessen werden. Die Messwerte werden in einer Tabelle eingetragen.

Tipps und Tricks

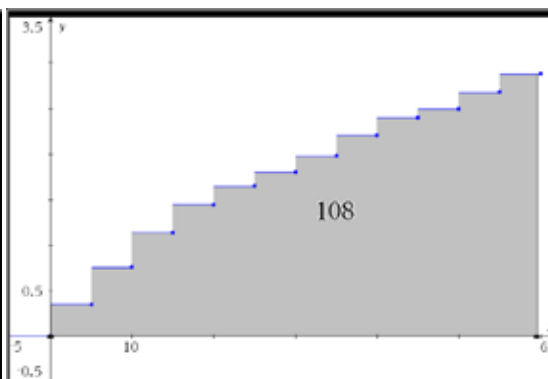
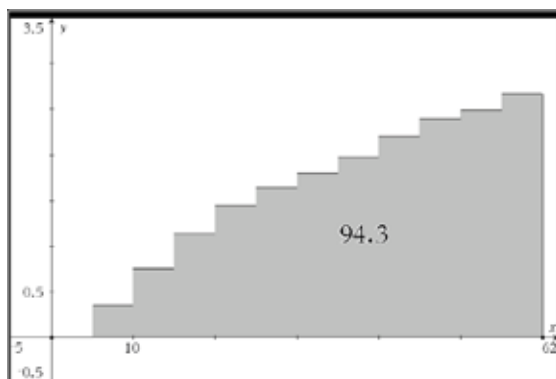
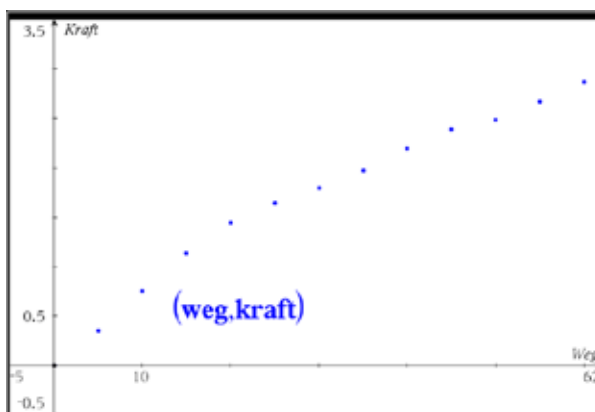
Das Gummiband sollte nicht zu kurz sein, damit der Weg bei der Messung nicht zu klein wird. Zu empfehlen ist die Verwendung eines neuen Gummibandes.

Auswertung

Beispielmessung mit TI-Nspire™ und dem Kraftsensor:

Eine Obersumme für die Spannarbeit in mJ erhält man, indem man die Messwerte für die Kraft mit dem Abstand $\Delta s = 5$ mm zwischen den Messwerten für den Weg multipliziert und anschließend aufsummiert. Eine eventuelle Kraftmesseranzeige für den Anfangsweg 0 mm muss von allen Kraftmesseranzeigen jeweils subtrahiert werden.

Weg in mm	Kraft in N
0	0,00
5	0,35
10	0,75
15	1,14
20	1,44
25	1,64
30	1,80
35	1,98
40	2,20
45	2,39
50	2,49
55	2,67
60	2,87



Die letzten Bilder veranschaulichen die näherungsweise Flächenbestimmung über Unter- und Obersummen. Die bei diesem Experiment aufgebrauchte Arbeit liegt zwischen 94,3 mJ und 108 mJ.



Dieses und weiteres Material steht Ihnen zum pdf-Download bereit:
www.t3deutschland.de sowie unter www.ti-unterrichtsmaterialien.net

Dieses Werk wurde in der Absicht erarbeitet, Lehrerinnen und Lehrern geeignete Materialien für den Unterricht in die Hand zu geben. Die Anfertigung einer notwendigen Anzahl von Fotokopien für den Einsatz in der Klasse, einer Lehrerfortbildung oder einem Seminar ist daher gestattet. Hierbei ist auf das Copyright von T³-Deutschland hinzuweisen. Jede Verwertung in anderen als den genannten oder den gesetzlich zugelassenen Fällen ist ohne schriftliche Genehmigung von T³ nicht zulässig.

© 2020 T³ Deutschland

www.t3deutschland.de

education.ti.com



Teachers Teaching with Technology™

T³ DEUTSCHLAND

 TEXAS INSTRUMENTS