Kleine Beispiele zur Nutzung der Tabellenkalkulation des TI-Nspire

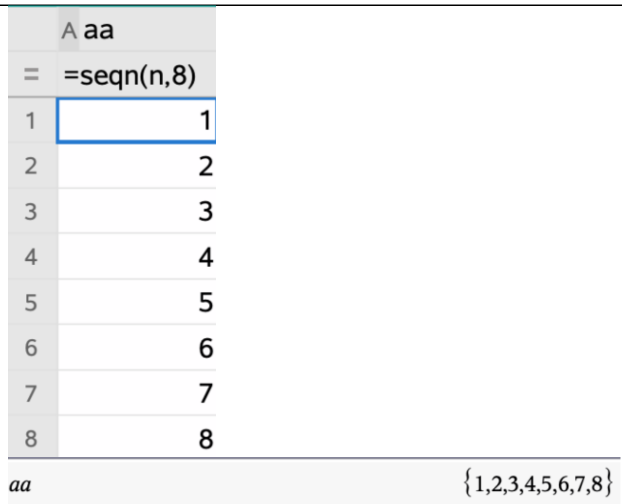
Die Tabellenkalkulation des TI-Nspire „Lists&Spreadsheet“ (L&S) ist vielen „großen“ Tabellenkalkulationen wie Excel ähnlich, hat aber insbesondere zwei Anwendungsmöglichkeiten, die sie interessant macht:

1. Man kann im Gegensatz zu Excel Spalten als Variablen definieren und damit entsprechend arbeiten.
2. Durch Verknüpfung mit anderen Applikationen des TI-Nspire - insbesondere Notes und Graphs – kann man vielfältige Probleme sehr gut veranschaulichen bzw. dynamisieren.

Wir wollen dies nach einem Schnelleinstieg an 5 Beispielen demonstrieren.

Schnelleinstieg

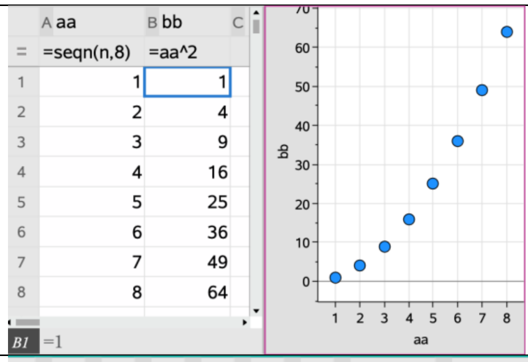
Nach Öffnung der Applikation L&S kann man z. B. in der Spalte A in der obersten Zeile einen Namen für die Spalte festlegen, hier definiert man dies mit dem Variablennamen aa (Hinweis: Um Kollisionen mit vordefinierten Zellen, wie a[1] zu vermeiden, nutzt man sinnvolle Namen bzw. mindestens 2 Buchstaben)
In der zweiten Zeile kann eine Funktionsdefinition für die Spalte vorgenommen werden – hier definiert man z. B. die Folge der natürlichen Zahlen 1, ... ,8 mit dem seqn()-Befehl.
Die Variable aa ist nun in allen Applikationen nutzbar und ist eine Liste.



	A aa
=	=seqn(n,8)
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8

aa $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$

Die bereits definierten Listen können nun in weiteren Spalten und auch in anderen Applikationen verwendet werden – hier rechts wird die Applikation Data&Statistics genutzt.

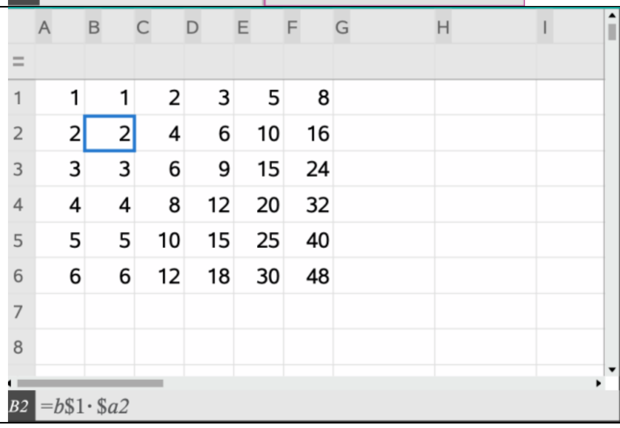


	A aa	B bb	C
=	=seqn(n,8)	=aa^2	
1	1	1	
2	2	4	
3	3	9	
4	4	16	
5	5	25	
6	6	36	
7	7	49	
8	8	64	

B1 =1

Natürlich funktionieren in L&S relative und absolute Zellbezüge. Dargestellt ist eine kleine Multiplikationstabelle.
In der Zeile 1 nutzt man z. B. für die ersten 6 Fibonaccizahlen relative Zellbezüge *C1* $=a1+b1$ .Demgegenüber wird die Zelle B2 mittels absoluter Zellbezüge definiert.

Aufgabe:
Erstellen Sie die Tabelle so wie dargestellt.



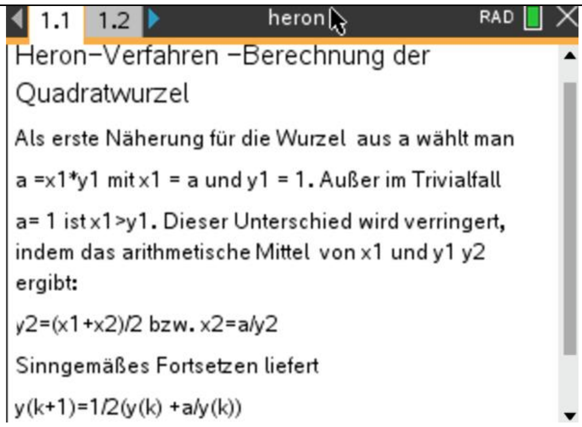
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
=									
1	1	1	2	3	5	8			
2	2	2	4	6	10	16			
3	3	3	6	9	15	24			
4	4	4	8	12	20	32			
5	5	5	10	15	25	40			
6	6	6	12	18	30	48			
7									
8									

B2 $=b\$1\cdot\$a2$

Hier folgen nun fünf ausgewählte Beispiele, welche in den Mathematikunterricht ab Klasse 8 (Heron-Verfahren) integriert werden können.

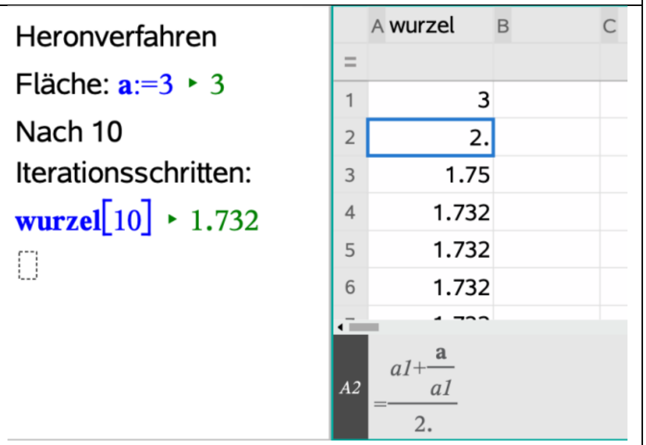
Beispiel 1: Heron-Verfahren

Das bekannte Heron-Verfahren zur näherungsweisen Bestimmung der Quadratwurzel lässt sich z. B. durch Verknüpfung von L&S mit der Applikation Notes automatisieren.



Im Notes-Fenster kann man nun beliebige positive Werte für a einsetzen und erhält dann den Näherungswert für die gesuchte Wurzel nach 10 Iterationsschritten.

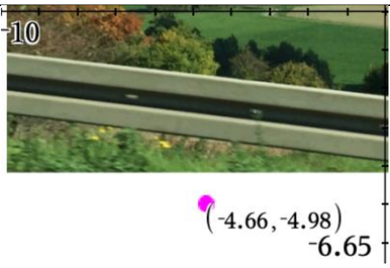
Aufgabe: Erstellen Sie eine ähnliche Anwendung zur Nullstellenbestimmung mittels Intervallhalbierungsverfahren.

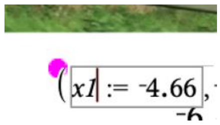
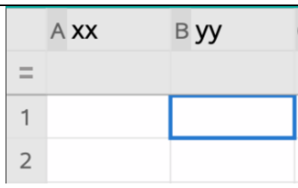
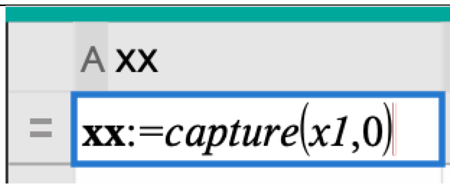
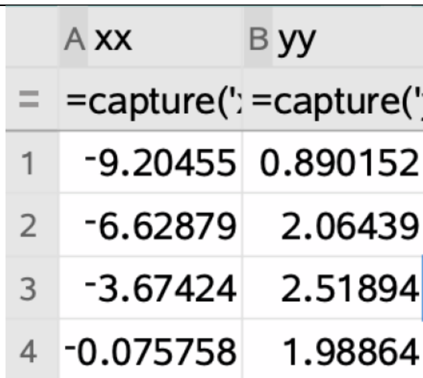
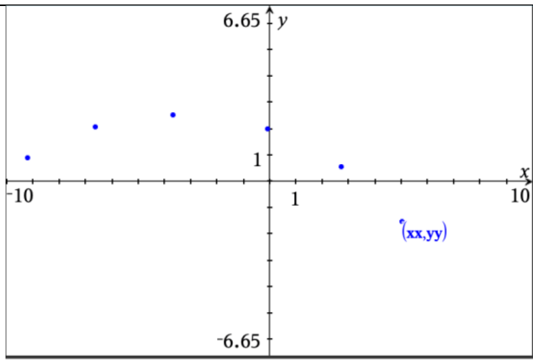


Beispiel 2: Brücke

In die Applikation Graphs wird das Bild einer Brücke mit parabelförmigen Bogen importiert.

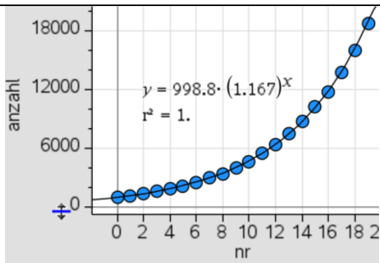
Durch Drücken der Taste p wird ein neuer Punkt erzeugt.
Auf den Punkt wird mit der rechten Maustaste (Software) oder ctrl+menu (Handheld) geklickt und „Koordinaten/Gleichung“ ausgewählt.
Nun werden die Koordinaten des Punktes angezeigt.



Die x-Koordinate wird ausgewählt und als Variable x1 gespeichert. Für die y-Koordinate wird ebenso verfahren. Beide Koordinaten sollten im Anschluss fett gedruckt sein.	
Nun wird eine neue Applikation Lists & Spreadsheets hinzugefügt. Die Spalte A soll mit xx benannt werden, die Spalte B mit yy.	
In die Zellen unter den Bezeichnungen wird der Befehl zur Speicherung der Variablen eingegeben.	
Nun können auf der Seite Graphs durch Drücken der Tasten „ctrl“ und „.“ die aktuellen Koordinaten des Punktes aufgenommen werden. So können die Koordinaten mehrerer Punkte auf dem Brückenbogen bestimmt werden. Die Punkte können gelöscht werden, indem doppelt auf capture geklickt wird.	
Die so gewonnenen Daten lassen sich auf der Seite Graphs als Streudiagramm darstellen und dort kann man z. B. eine mögliche Parabel über diese Punkte legen.	
Aufgabe: Mit dem „capture“-Befehl lassen sich auch andere Daten protokollieren. Erstellen Sie mit „randint“ einen 6-seitigen Würfel und nehmen sie die Werte auf.	

Beispiel 3: Simulation

1000 Würfel werden geworfen, für jede „Sechs“ kommt beim nächsten Wurf ein zusätzlicher Würfel hinzu.
Gesucht ist eine mögliche Simulation.



In der Zelle A1 steht der Startwert von 1000 Würfeln, in der Zelle B1 stehen die rechts angegebene Formel.

Aufgabe: Ergänzen sie das L&S-Blatt und fügen Sie eine Applikation Data&Statistics hinzu.
Ermitteln Sie mittels Regression einen möglichen funktionalen Zusammenhang.

	A anzahl	B zuwachs	C nr	D
=			=seq(k,k,(	
1	1000	153	0	
2	1153	186	1	
3	1339	230	2	
4	1569	261	3	
5	1830	291	4	

B1 =countif(randint(1,6,a1),?=6)

Beispiel 4: Integration iterativ

Ziel dieser Anwendung ist die Bildung der Stammfunktionen über das numerische Euler – Verfahren. Das kann insbesondere im Physikunterricht für die beschleunigte Bewegung gut eingesetzt werden.
Ein großer Vorteil der numerischen Integration ist, dass keine analytischen Kenntnisse vorausgesetzt werden. Das ist insbesondere am Anfang der Einführungsphase der gymnasialen Oberstufe sehr nützlich, da die Mathematik erst sehr viel später zur Integralrechnung kommt.

Ziel ist die Bestimmung der Funktion $y(t) = \frac{1}{2}a_0 t^2 + v_0 t + s_0$ aus einer gegebenen Beschleunigung a_0, einer Startgeschwindigkeit v_0 sowie einer Starthöhe s_0
Dazu werden diese Kenngrößen in der Applikation Notes beliebig definiert, sowie ein (vorläufiger) Zeitschritt dt.

dt:=0.05 ▸ 0.05

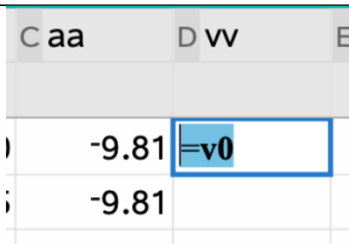
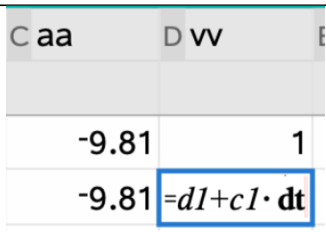
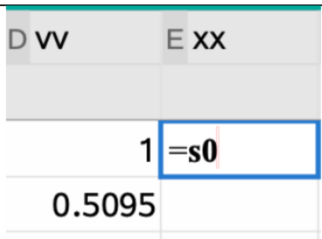
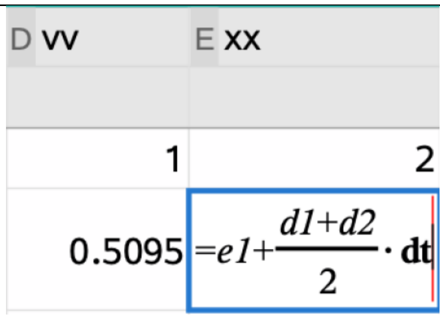
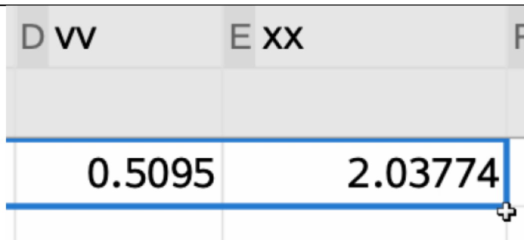
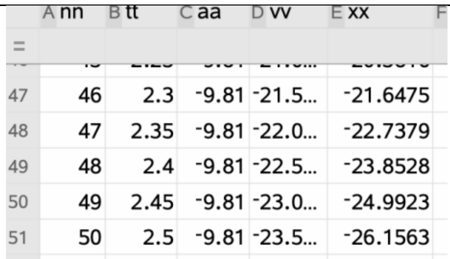
a0:=-9.81 ▸ -9.81

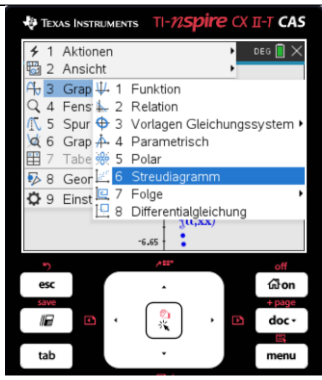
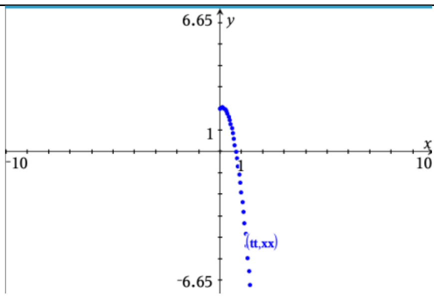
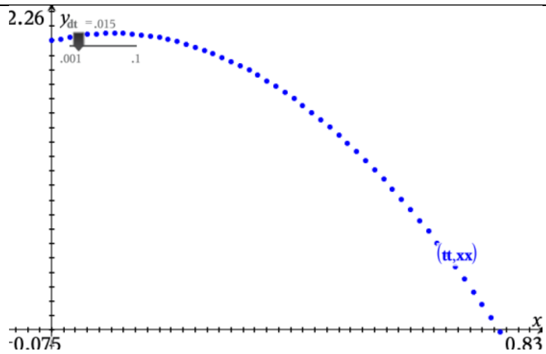
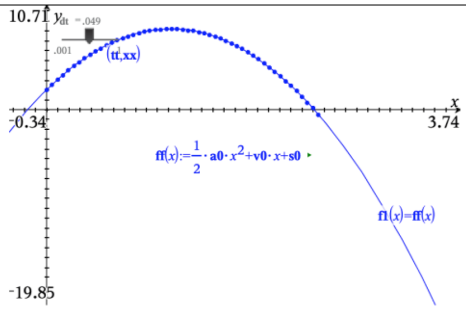
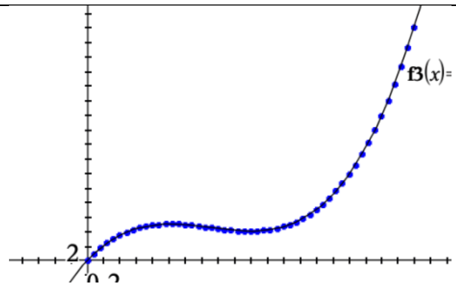
v0:=1 ▸ 1

s0:=2 ▸ 2

Nun wird eine Applikation List & Spreadsheet eingefügt. Die erste Spalte enthält die Nummer des Schrittes (nn), die zweite die dazugehörige Zeit (tt). Die ersten Zeilen sind jeweils 0, die Zelle a2 ist a2=a1+1 .

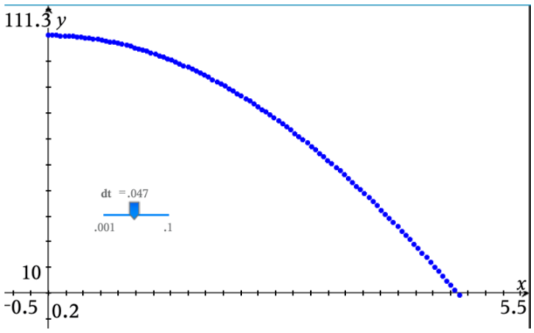
	A nn	B tt
=		
1	0	0
2	1	=*b1*+**dt**

Als nächstes wird die Spalte C mit aa als Beschleunigung benannt. In die Zelle C1 wird =a0 eigetragen. Die Spalte D soll mit vv benannt werden. Die Zelle D1 lautet =v0.	
Nun wird die Geschwindigkeit numerisch integriert. Dazu wird in die Zelle D2=d1+c1*dt eingetragen. Das ist das Eulerverfahren. Es liefert aus dem konstanten Wert für die Beschleunigung eine Gerade mit der Steigung a_0 und dem Achsenabschnitt v_0	
Im nächsten Schritt wird nun der zurückgelegte Weg bestimmt, also das bestimmte Integral über die Geschwindigkeit gebildet. Da die Geschwindigkeit einer Änderung unterliegt, wird nun das Halbschrittverfahren von Euler benutzt. Dazu wird v gemittelt. Die Spalte E wird als xx bezeichnet. In die Zelle E1 wird s_0 eingetragen.	
In der Zelle E2 muss nun der im Zeitintervall zurückgelegte Weg bestimmt und zum bereits zurücklegten Weg addiert werden. Um bessere Ergebnisse zu erhalten, wird der Durchschnitt der Geschwindigkeiten zu Beginn und Ende des Intervalls mit e2=e1+(d1+d2)/2*dt gebildet.	
Damit ist das Tabellenblatt fast fertig. Lediglich die Berechnungen müssen durchgeführt werden. Dazu wird die 2. Zeile von Spalte A bis E markiert, und die Maus auf die rechte, untere Ecke bewegt. Wenn das „Plus“ erscheint, kann die Zeile nach unten gezogen werden.	
Das Ergebnis könnte so aussehen.	

Um die Daten darzustellen wird eine Applikation Graphs eingefügt und die Darstellungsart „Streudiagramm“ gewählt. Der x-Achse wir die Zeit tt zugeordnet, der y-Achse die Strecke yy.	
Das Bild sieht danach ungefähr so aus:	
Durch Einfügen von Schiebereglern für die Grundgrößen a_0, v_0, s_0 und dt kann die Simulation angepasst werden. Nach dem Anpassen des Zoombereichs wird die Parabel sichtbar.	
Definiert man die analytische Stammfunktion in Notes, lässt sich die Stammfunktion ebenfalls darstellen. Hier könnten natürlich die Daten auch gefittet werden.	
Aufgabe 1: Um beliebige Funktionen zu integrieren, können Sie die Spalte vv (die durch das einfache Eulerverfahren aus der Spalte aa gewonnen wird) durch eine Funktion in t ersetzen.	

Aufgabe 2: Auch der Fall mit Luftwiderstand lässt sich so modellieren.
Dazu muss lediglich die geschwindigkeitsabhängige Beschleunigung bestimmt und die Formel in die Tabelle eingetragen werden.
$a = \frac{F_R}{m}$ und $F_R = \frac{1}{2} \cdot A \cdot c_W \cdot \rho_{\text{Luft}} \cdot v^2$
Typische Werte sind $c_w(Kugel) = 0{,}45$ sind und $\rho_{\text{Luft}} = 1{,}293 \frac{kg}{m^3}$.
A ist die Stirnfläche des Objekts, m seine Masse.
Als günstiges Vorgehen eignet sich hier eine Definition der Kenngrößen in der Applikation Notes.
Ein Ergebnis könnte wie nebenstehend aussehen.

Höhe [m]: **ho**:=100 ▸ 100
Startgeschwindigkeit [m/s] **vo**:=0 ▸ 0
Erdbeschleunigung [m/s^2] **g**:=-9.81 ▸ -9.81
Stirnfläche [m^2]**a**:=0.007854 ▸ 0.007854
Widerstandsbeiwert (Kugel) **cw**:=0.45 ▸ 0.45
Masse [kg] **m**:=1 ▸ 1
Dichte der Luft [kg/m^3]**ρ**:=1.293 ▸ 1.293
Luftwiderstand $ww(v):=\frac{1}{2\cdot m}\cdot a\cdot cw\cdot \rho\cdot v^2$ ▸ *Fertig*
Simulationseinstellungen:
Schritte **steps**:=100 ▸ 100
Zeitintervall **dt** ▸ 0.047



Beispiel 5: Kartenturm

Kartenstapel
Wie viele Karten braucht man für einen Turm mit 100 Etagen?


(Quelle: privat)

Ein erster Zugang besteht sicher darin, sich die notwendigen Anzahlen für die ersten drei Etagen durch kleine Skizzen zu veranschaulichen.
Für die Zelle B4 sollte man eine allgemeine Formel finden.

	A etage	B karten
=		
1	1	2
2	2	7
3	3	15

Haben Sie die richtige Formel gefunden, dann erhalten Sie dieses Ergebnis.

99	99	14751
100	100	15050

Aufgabe: Die rechts dargestellte explizite Formel soll hergeleitet werden.

$\mathbf{k}(n):=\frac{n}{2}\cdot(3\cdot n+1)$ ▸ *Fertig*

$\mathbf{k}(100)$ ▸ 15050

$\mathbf{k}(3)$ ▸ 15

Autoren:
Dr. Hubert Langlotz
Sebastian Rauh