

Automatiser le calcul de somme

$$(y_i - (ax_i + b))^2$$

Énoncé

Au poker Texas hold'em le joueur dispose de deux cartes dans sa main. Dans un premier temps, le croupier découvre 3 cartes (le flop). Puis le croupier découvrira une 4^{ème} carte (le turn) et une dernière (la rivière). Le joueur essaye de former le meilleur jeu entre ses deux cartes et celles découvertes par le croupier.

Dans cet exercice on se place après le flop (trois cartes ont été découvertes). Si on note X le nombre de cartes favorables au joueur (qui ne sont pas encore découvertes et dans le paquet du croupier), le but de cette activité est de trouver une valeur approchée simple de $p(X = n)$.

On admet que $p(X = n) = 1 - \frac{\binom{47-n}{2}}{\binom{47}{2}}$.

1°) Le joueur a en main : . Il tombe au flop : .

Pour obtenir la couleur à pique, le joueur doit obtenir au moins 1 pique parmi les 9 piques restants dans le paquet ce qui correspond à la probabilité $p(X = 9)$. Calculer cette probabilité puis compléter le tableau ci-dessous.

x_i	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$p(X = x_i)$										
pourcentage										
y_i										

On arrondira les probabilités au millième et les pourcentages au dixième.

2°) Représenter graphiquement le nuage de points $M(x_i, y_i)$.

3°) Rechercher une droite d'équation $y = ax + b$ avec a et b des entiers, approximant au mieux le nuage de points.

4°) Afin de déterminer la qualité de l'approximation du nuage par la droite de la question 4. On va calculer l'erreur commise e définie comme suit :

$$e = \sum_{i=1}^{11} (y_i - (ax_i + b))^2$$

Calculer l'erreur commise avec les valeurs de a et b trouvées dans la question 4.

1. Tableau de probabilités

Calculons $p(X = 9) = 1 - \frac{\binom{47-9}{2}}{\binom{47}{2}} = 1 - \frac{\binom{38}{2}}{\binom{47}{2}}$. Les combinaisons sont accessibles dans onglet **PROB** puis **Combinaison**.

On peut utiliser les listes pour automatiser le calcul de l'ensemble du tableau : On accède aux listes en appuyant sur **Modifier**.

On entre dans **L1** les valeurs de x_i , c'est-à-dire les entiers de 3 à 12.



Crédit photo : www.pexels.com - Markus Spiske



Automatiser le calcul de somme

$$(y_i - (ax_i + b))^2$$

Et on entre dans **L2** les probabilités correspondantes en utilisant la formule

$$L_2 = 1 - \frac{47 - L_1 C_2}{47 C_2}, \text{ on peut aussi utiliser } L_2 = \text{arrondir} \left(1 - \frac{L_1 C_2}{47 C_2}, 2 \right)$$

(arrondir se situe dans $\boxed{\text{math}}$ NBRE).

Pour obtenir l'écriture en pourcentage correspondant aux probabilités il suffit de multiplier les valeurs de la liste **L2** par 100. On écrira tout en haut de la liste **L3** la formule suivante : **100*L2**.

x_i	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$p(X = x_i)$	0,125	0,165	0,204	0,241	0,278	0,315	0,35	0,384	0,417	0,45
pourcentage y_i	12,5	16,5	20,4	24,1	27,8	31,5	35	38,4	41,7	45

L1	L2	L3	L4	L5	3
3	0.125	12.5	-----	-----	
4	0.165	16.5			
5	0.204	20.4			
6	0.241	24.1			
7	0.278	27.8			
8	0.315	31.5			
9	0.35	35			
10	0.384	38.4			
11	0.417	41.7			
12	0.45	45			

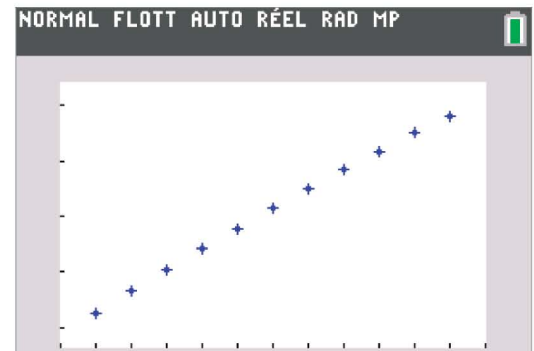
L3=100*L2

2. Nuage de points

Pour représenter graphiquement ces deux listes, on paramètre la fenêtre graphique en appuyant sur $\boxed{2\text{nde}}$ $\boxed{\text{graph stats}}$ (graph stats).

Les valeurs de x_i sont stockées dans la liste **L1** et les pourcentages dans la liste **L3**.

On ajuste automatiquement la fenêtre en appuyant sur $\boxed{\text{zoom}}$ $\boxed{9}$.

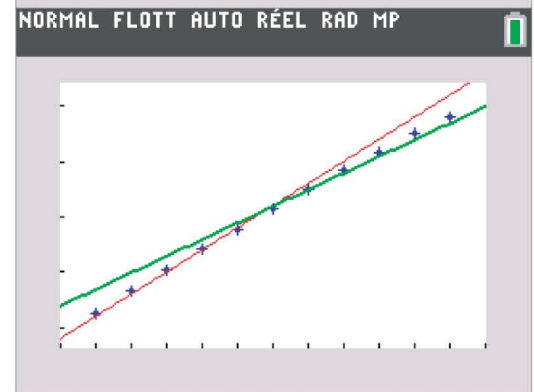


3. Droite d'ajustement

On entre les expressions des droites en appuyant sur $\boxed{\text{f(x)}}$ et on visualise la représentation graphique de la droite et du nuage en appuyant sur $\boxed{\text{graphe}}$.

Après une recherche par essais successifs on trouve que la droite d'équation $y = 4x$ est une bonne approximation du nuage de points.

La droite d'équation $y = 3x + 8$ est aussi convenable.



4. Calcul d'erreur

Calculons $(y_1 - 4x_1)^2$ puis $(y_2 - 4x_2)^2$, etc... à l'aide des listes :

On calcule la somme de tous les éléments de **L4** en appuyant sur $\boxed{2\text{nde}}$ $\boxed{\text{stats}}$ onglet **MATH** et choisir **som**.

L1	L2	L3	L4	L5	4
3	0.125	12.5	0.25	-----	
4	0.165	16.5	0.25	-----	
5	0.204	20.4	0.16	-----	
6	0.241	24.1	0.01	-----	
7	0.278	27.8	0.04	-----	
8	0.315	31.5	0.25	-----	
9	0.35	35	1	-----	
10	0.384	38.4	2.56	-----	
11	0.417	41.7	5.29	-----	
12	0.45	45	9	-----	

$$L_4 = (L_3 - 4 * L_1)^2$$

L1	L2	L3	L4	L5	5
3	0.125	12.5	0.25	20.25	
4	0.165	16.5	0.25	12.25	
5	0.204	20.4	0.16	6.76	
6	0.241	24.1	0.01	3.61	
7	0.278	27.8	0.04	1.44	
8	0.315	31.5	0.25	0.25	
9	0.35	35	1	0	
10	0.384	38.4	2.56	0.16	
11	0.417	41.7	5.29	0.49	
12	0.45	45	9	1	

$$L_5 = (L_3 - 3 * L_1 - 8)^2$$

NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP	
som(L4)	18.81
som(L5)	46.21

La droite rouge approxime mieux le nuage de points que la droite verte.

