

Trinôme du 2nd degré : image, racine & signes

Énoncé

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-4 ; 4]$ par $f(x) = x^2 - 2x - 3$.

- Calculer l'image de -1 par f .
- Démontrer que 3 est solution de l'équation $f(x) = 0$.
- A l'aide des 2 questions précédentes, donner une forme factorisée de $f(x)$.
- En déduire le tableau de signes détaillé de f sur l'intervalle $[-4 ; 4]$.

1. Image

On commence par renseigner l'expression de la fonction f dans Y_1 en appuyant sur $f(x)$.

Dans l'écran de calcul (2^{nde} $mode$), on saisit l'expression $Y_1(-1)$. Y_1 est disponible via la touche var , dans le menu **VAR** Y , en sélectionnant la commande **1:Fonction...**, puis **1:Y1**.

On valide la conjecture obtenue par un calcul détaillé :

$$f(-1) = (-1)^2 - 2 \times (-1) - 3 = 1 + 2 - 3 = 0$$

On peut déduire de ce calcul que -1 est une racine de f .

2. Racine

La calculatrice possède une application permettant de déterminer les racines des fonctions polynomiales, accessible via la touche $résol$ et la commande **2:PlySmlt2**, suivie de **1:RACINES D'UN POLYNÔME**.

Une fois dans l'application (le nom apparaît dans le bandeau grisé supérieur de l'écran), on vérifie que le degré 2 est bien sélectionné, puis on valide par **SUIV**. (touche **f5**).

On saisit alors les coefficients de notre trinôme et on valide par **RÉSOL** (touche **f5**). Attention à bien renseigner les signes des coefficients !

Rappelons ici l'utilisation de la touche $x,T,θ,n$ pour obtenir notre variable X .

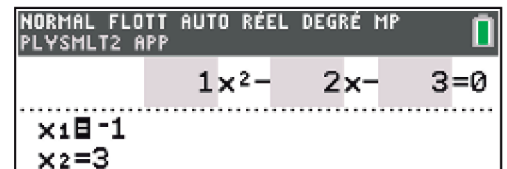
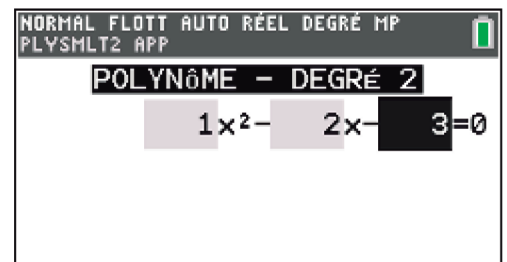
La calculatrice nous donne alors les 2 racines de la fonction $f : -1$ et 3 .

Reste à vérifier que 3 est bien une racine de f :

$$f(3) = 3^2 - 2 \times 3 - 3 = 9 - 6 - 3 = 0$$

Remarques :

- A l'aide de l'onglet **STO** (touche **f4**), on peut stocker les coefficients et/ou les racines dans une liste, mais également le polynôme dans une fonction $Y=$, ce qui nous évite de saisir 2 fois l'expression de la fonction.
- On quitte l'application à l'aide des touches 2^{nde} $mode$ et la commande **6:QUITTER APP**.



Trinôme du 2nd degré : image, racine & signes

3. Forme factorisée

L'expression factorisée d'un trinôme du 2nd degré est de la forme :

$a(x - x_1)(x - x_2)$ où x_1 et x_2 sont les racines du trinôme. On déduit des 2 premières questions que :

$$f(x) = 1(x - (-1))(x - 3) = (x + 1)(x - 3)$$

4. Tableau de signes

A présent que nous avons les racines et la forme factorisée de notre trinôme, nous allons pouvoir établir le tableau de signes détaillé de ce dernier, grâce aux signes de ses facteurs, à savoir $x + 1$ et $x - 3$.

Avant de passer à la construction du tableau proprement dit, il convient encore une fois de conjecturer les réponses, cette fois-ci à l'aide de la représentation graphique de notre fonction, mais également de ses facteurs.

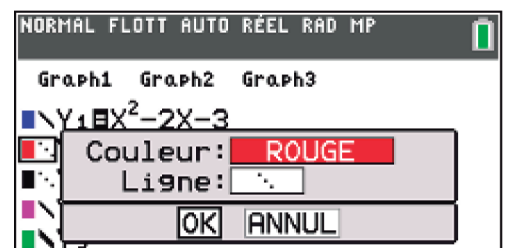
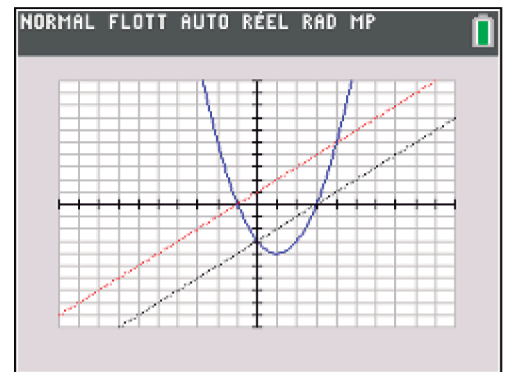
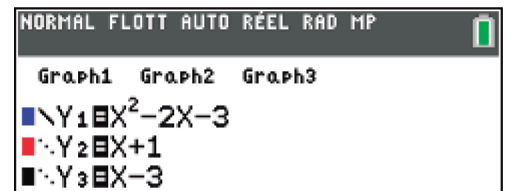
Dans le menu , nous saisissons donc **x+1** dans **Y2**, puis **x-3** dans **Y3**.

Dans le menu , nous sélectionnons la commande **6:ZStandard** et nous validons par .

Nous obtenons finalement la parabole représentative du trinôme f , accompagnée des 2 droites représentant ses 2 facteurs du 1^{er} degré. Une lecture graphique nous permet ainsi de pouvoir vérifier tous les signes du tableau de signes ci-dessous.

Remarque :

Afin de différencier la fonction de ses facteurs, outre l'utilisation de la couleur, il peut être pratique d'utiliser des styles de tracé différents. Ces styles sont disponibles dans le menu , en plaçant le curseur sur le rectangle de couleur en début de ligne et en appuyant sur . Vous pouvez alors sélectionner une couleur différente et/ou un style différent.



x	-4	-1	3	4
$x + 1$	-	0	+	+
$x - 3$	-	-	0	+
$f(x)$	+	0	-	+