

Aktivitetsbeskrivning

Denna aktivitet är en variant av en klassisk matematiklaboration där eleverna får mäta omkrets och diameter på ett antal cirkelformade föremål för att bestämma ett approximativt värde på Pi. Här använder eleverna grafräknarnas förmåga att hantera listor, rita spridningsdiagram och göra regressionsanalys för att på olika sätt hitta värdet på Pi.

Det förutsätts att läraren har tillgång till ett relativt stort antal cirkulära föremål som går att mäta på, samt lämpliga mätverktyg, t.ex. måttband, snören, linjaler, skjutmått etc.

Matematiskt innehåll

Eleverna får träna på att beräkna statistiska storheter, både "manuellt" och automatiskt med räknarens inbyggda verktyg för statistikhantering. Grundläggande listhantering samt uppritning av spridningsdiagram (punktdiagram) ingår.

Begrepp

Värde (mätvärde), medelvärde, median, lista, tabell, rad, kolumn, spridningsdiagram (punktdiagram)

Klassrumstips

Det är nästan alltid åtminstone några elever som redan har hört talats om Pi och vet värdet på Pi när det är dags att börja studera cirklar. Att då låtsas som om man inte vet värdet kan då ofta upplevas som fånigt. Vad det egentligen handlar om är ju att låta eleverna övertyga sig om att det de (eventuellt) hört och vet faktiskt stämmer. Det finns även ett värde i att diskutera det oändliga antalet decimaler som finns i Pi med de värden som går att få fram genom att mäta. Leta gärna reda på fler decimaler och fakta på nätet. På <http://www.angio.net/pi/piquery> kan man t.ex. leta efter var i talet Pi som ens födelsenummer eller andra sekvenser finns.

Låt därför de elever som vet något om Pi fritt få berätta det för de andra. Talet Pi fascinerar lätt många elever och det är inte ovanligt att läraren kan få höra något som inte tidigare var känt.

Försök få eleverna att jobba så noggrant som möjligt. Det blir roligare om eleverna får ett bra resultat. Det finns många sätt att jobba bort felkällorna.

Om skolan har linjaler som börjar med 0 direkt i kanten (som många trälinjaler på fysiken gör) är det bra att mäta från t.ex. 10 i stället för från 0 för att få bättre noggrannhet. Alternativt mäts diametern med linjalen stående för att garantera att

mätningen vid 0 blir bra (om linjalen är av den typen att den börjar med noll "dikt vid" kanten).

Att mäta omkretsen ger ofta upphov till systematiska fel. Använder eleverna måttband är dessa ofta ca en halv mm tjocka vilket kan ge någon mm för stor omkrets. Vanligt är även att eleverna låter måttbandet gå "omlott" vilket gör detta fel större.

Då är det ur den aspekten bättre att använda en snörstump som lindas runt föremålet, markeras med penna tvärsöver och sedan mäts. Även här finns dock många möjliga felkällor. Snöret kan säkert dras ut om eleverna inte använder t.ex. björntråd (extra stark sytråd). Markeringar med penna kan bli för breda eller för sneda etc.

Sedan måste eleverna uppmärksammas på att diameter och omkrets måste stämma överens. Detta kan vara svårt på t.ex. konservburkar där locket (där man mäter diametern) ofta är lite bredare än burken (där man mäter omkretsen).

Att vara beredd på

När eleverna ritar grafer kan det hända att räknaren har gamla inställningar, aktiva grafer etc som ställer till det för dem. Du måste som lärare kunna tillräckligt mycket för att hjälpa dem radera/inaktivera gamla funktioner, få rätt inställningar på fönstret etc.

Det är en stor hjälp om du har tillgång till ett "återställningsprogram" (eller kan skriva ett eget) som ställer in alla grundläggande inställningar på räknaren. Detta program kan eleverna alltid köra i början av en lektion.

De vanligaste frågorna och deras svar finns i dokumentet "Grafräknarhjälp – Frågor och Svar" som kan laddas ned från Texas Instruments svenska webbplats på <http://education.ti.com/sverige>.

I uppgift 7 skall eleverna beräkna det procentuella felet, dvs skillnaden dividerat med Pi, uttryckt i procentform. Många kan vara ovana vid detta så här kan det behövas en kort genomgång.

Tekniska förkunskaper

Eleverna skall veta hur de:

- Använder grundläggande egenskaper hos räknaren.
- Använder **2nd**, **DEL**, **ON**, **ENTER**, **CLEAR** m.fl.

Hopsamling

Sammanfatta gärna genom att gå igenom de olika metodernas för- och nackdelar och jämför olika grupperns värden mot varandra och mot ett mer exakt värde på Pi. Ge gärna mer information om detta spännande tal – det finns gott om resurser om Pi på nätet.

Fördjupning

Intresserade elever kan få jobba med linjära regressioner – och att tolka den konstanta termen som då dyker upp. Tyvärr har dock inte räknaren möjlighet att enkelt låsa konstanta termens värde till 0 (det går dock att skriva program som gör denna beräkning).

Genom att lagra formeln " $L1 / L2$ " i L3 kommer L3 att beräknas och uppdateras automatiskt (som i Excel) när värdena i listorna L1 och L2 uppdateras.

Klipp ut cirklar i papper och mät deras diameter och vikt (använd en noggrann våg). Mata in diameter och vikt i listor och rita statistikdiagram. Vilken form får kurvan? Prova sedan att göra en andragsregression och se om eleverna kan se sambandet.

Om skolan har tillgång till TI-Navigator™ kan läraren först låta eleverna mäta på några föremål var och sedan samla in dessa mätvärden från alla elever. Läraren kan sedan distribuera ut kompletta listor på alla mätvärden till eleverna.

Utvärdering

Var tydlig med hur eleverna ska redovisa. Ska eleverna lämna in en "labbrapport" med mätdata och beräkningar? Ska denna i så fall författas under lektionen eller hemma? Om räknarna är klassrumsräknare måste rapporten antagligen författas på lektionstid, åtminstone som kladd som kan renskrivas senare.

Man kan också välja att inte skriva så mycket utan jobba "papperslöst" och bara med räknarna. Senare kan eleverna få reflektera över hur metoderna fungerade och vad de lärt sig, kanske i en journal, dagbok eller blogg.

Det huvudsakliga målet med denna aktivitet är att eleverna får pröva olika sätt att förfina mätvärden genom att mäta många gånger.

Facit till uppgifterna

Observera att detta facit gäller endast utifrån de tre värden som presenteras i tabellen på sid 4. Mäter eleverna själva på olika föremål kommer de att få andra värden.

1. 3,1517
2. 3,1071
3. Alla värden är drygt 3.

4. I den ordning de är inmatade i listorna.
5. Alla punkter verkar ligga på en linje som går genom origo.

6. 3,1307
7. 0,01088
8. 0,346 %

9. Medianen (men det beror på mätvärdena)
10. $S_x = 0,022$ och $\sigma_x = 0,018$

11. 53,4 cm
12. 21,6 cm (zooma i diagrammet om det behövs).

13. 25,1 cm
14. 30,2 cm (zooma i listan genom att ändra $\Delta T b l$ till t.ex. 0.1).

Stegvis instruktion

Mäta på runda föremål

- Det finns gott om föremål som är runda. Burkar, bollar, hinkar, rör, kastruller etc. Du ska nu mäta omkretsen (hur långt det är runt om) och diametern (hur långt det är tvärs över) på olika cirkelrunda föremål.
- Mät så noga du kan och skriv ned dina värden i en lista eller tabell.

Nr	Föremål	D (cm)	omkrets (cm)
1	Burk	7,5	23,5
2	Rörstump	2,8	8,7
3	Hink	21,1	66,5



- Tag fram räknaren. Du ska nu mata in dina värden i listor. Man kan säga att en lista är alla värden som är i en kolumn i din tabell. Alla omkretsar är alltså i en lista och alla diametrar i en annan lista. Du måste dessutom mata in dem i rätt ordning.
- Tryck **STAT** 1:Edit för att gå in i listhanteraren. Du bör se en tabell med listor som heter L1, L2 och L3.
- Om listorna innehåller andra värden från början skriver du bara över dessa. Du kan även radera en hel lista genom att gå upp i tabellhuvudet med **▲** och trycka **CLEAR**.
- Mata in diametrarna i L1 och omkretsarna i L2.

```

EDIT CALC TESTS
1:Edit...
2:SortA(
3:SortD(
4:ClrList
5:SetUpEditor
  
```

L1	L2	L3	1
7.5	23.5	-----	
2.8	8.7		
21.1	66.5		
-----	-----		

L1(4)=

Omkrets / diameter = ?

- Tryck $\boxed{2nd}$ \boxed{QUIT} på räknaren för att gå ut ur listhanteraren och återvända till räknarfönstret.
- Listorna L1 och L6 kan du komma åt genom att slå $\boxed{2nd}$ $\boxed{1}$ och $\boxed{2nd}$ $\boxed{2}$ på räknaren. Tryck $\boxed{2nd}$ $\boxed{L1}$ \boxed{ENTER} för att kontrollera listan. Du kan trycka $\boxed{\blacktriangleright}$ om du inte ser hela listan på en gång.
- Dividera listorna med varandra. Det betyder att varje omkrets divideras med motsvarande diameter i en enda beräkning. Tryck $\boxed{L2}$ $\boxed{\div}$ $\boxed{L1}$ \boxed{STO} $\boxed{L3}$ \boxed{ENTER} . Bokstäverna \boxed{STO} på tangenten \boxed{STO} är en förkortning för det engelska ordet "store" som betyder "lagra", "spara".
- Resultatet sparas alltså i lista L3. Du kan bläddra med piltangenterna $\boxed{\blacktriangleleft}$ $\boxed{\blacktriangleright}$.
- För att lättare se värdena går du in i listhanteraren igen med \boxed{STAT} 1:Ed i t. Lista L3 innehåller nu resultatet av divisionen för varje föremål.

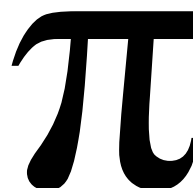
```

L1
(7.5 2.8 21.1)
L2/L1→L3
(3.133333333 3...

```

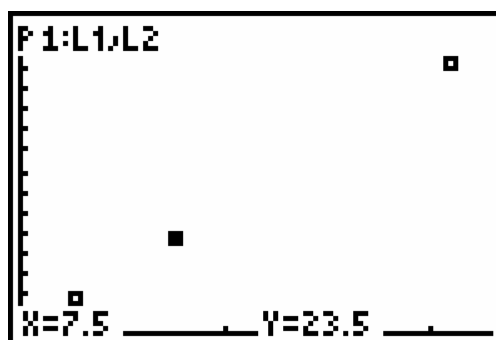
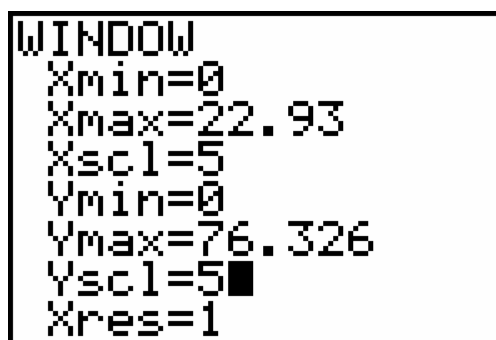
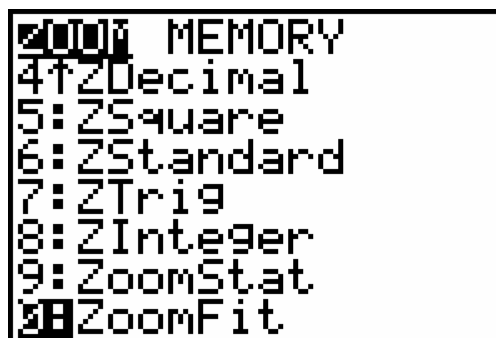
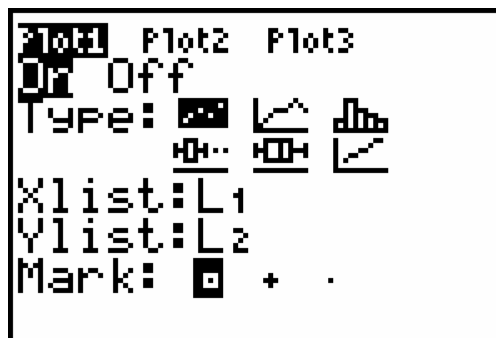
L1	L2	L3	1
7.5	23.5	3.1333	
2.8	8.7	3.1071	
21.1	66.5	3.1517	
-----	-----	-----	
L1(1)=7.5			

1. Vilket är största värdet i listan?
2. Vilket är minsta värdet i listan?
3. Vad lägger du märke till?



Diagram

- Tryck 2^{nd} $[Y=]$, dvs $[STAT PLOT]$ och sedan $[ENTER]$ för att aktivera statistikdiagram Plot1 och ställ in det så det ritar ett spridningsdiagram (punktdiagram) från värdena i listorna L1 och L2. Tryck sedan på $[ZOOM]$ 9:ZoomStat för att få se de inmatade värdena i ett diagram. Om äldre, tidigare inmatade funktioner ritas upp så gå in i $[Y=]$ och radera dessa med $[CLEAR]$.
- Det kan vara bra att justera fönsterinställningarna genom att ändra minsta värdena på x- och y-axeln till 0. Tryck på $[WINDOW]$ och ändra Xmin och Ymin till 0. Tryck på $[TRACE]$. Du kan nu använda pilarna för att navigera längs punkterna. \leftarrow \rightarrow får markören att hoppa mellan punkterna.
- I vilken ordning hoppar du mellan punkterna när du trycker på piltangenterna \leftarrow \rightarrow ?
- Hur ligger punkterna utspridda i diagrammet?



Talet Pi

- Sambandet mellan en cirkels omkrets och dess diameter kan skrivas

$$\text{Omkretsen} / \text{Diametern} = \pi$$

där π står för talet *Pi*. (2nd ^)

- Beräkna medelvärdet av dina värden på Pi genom att trycka (2nd) [LIST] (right) (alltså MATH) 3:mean((2nd) L3 (ENTER). Ordet "mean" är engelska och betyder här medelvärde.

- Vilket medelvärde får du?
 - Hur stor är skillnaden från det teoretiska värdet på Pi?
 - Hur stort är det procentuella felet från det teoretiska värdet på Pi?
- Ett annat sätt att beräkna medelvärdet är (STAT) (right) (alltså CALC) 1:1-Var Stats L3 (ENTER).

Medelvärdet står på första raden och betecknas \bar{x} . Om man bläddrar nedåt hittar man även minsta och största värde, medianvärdet m.m.

- Vilket värde ligger närmast det teoretiska värdet på Pi, medelvärdet eller medianvärdet?

- De värden som betecknas S_x (variansen) och σ_x (standardavvikelsen) anger hur utspridda värdena är. Ju mindre värden desto mindre spridning och desto noggrannare har du mätt.

- Skriv upp dina värden på S_x och σ_x . Jämför med andra grupper.

```

NAMES OPS
1:min(
2:max(
3:mean(
4:median(
5:sum(
6:prod(
7:stdDev(
  
```

```

(3.133333333 3...
mean(L3)
  3.130711653
Ans-π
  -.0108810008
Ans/π
  -.0034635301
1-Var Stats L3
  
```

```

1-Var Stats
x̄=3.130711653
Σx=9.392134958
Σx²=29.4050675
Sx=.0223734548
σx=.0182678494
↓n=3
  
```

```

1-Var Stats
↑n=3
minX=3.1071429
Q1=3.107142857
Med=3.133333333
Q3=3.151658768
maxX=3.1516588
  
```


Linjära samband

- Ett annat sätt att skriva sambandet mellan cirkelns omkrets och diameter är

$$\text{Omkretsen} = \pi \cdot \text{Diametern}$$

- Om vi låter Y1 betyda omkretsen och X betyda diametern kan vi skriva sambandet som $Y1 = \pi X$. Mata in detta i räknaren genom att trycka $\boxed{Y=}$ $\boxed{2nd} \boxed{[\pi]} \boxed{X, T, \theta, n}$. Tryck sedan på \boxed{TRACE} .
- Du kan nu använda pilarna för att navigera längs linjen och punkterna. $\boxed{\downarrow} \boxed{\uparrow}$ växlar mellan punkter och linje och $\boxed{\leftarrow} \boxed{\rightarrow}$ får markören att hoppa mellan punkterna eller glida på linjen.

11. Vilken omkrets borde en hink ha som har diametern 17 cm?

12. Vilken diameter borde ett bowlingklot ha som har omkretsen 68 cm?

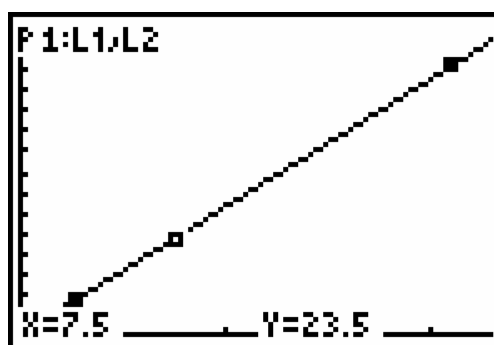
- Sambandet kan även ses som en tabell. Börja med att ställa in tabellen genom att trycka $\boxed{2nd} \boxed{WINDOW}$ för att välja $\boxed{[TBLSET]}$. Se till att $TblStart=0$ och $\Delta Tbl=1$ vilket betyder att tabellen startar vid $X=0$ och "hoppar" 1 cm i taget. Tryck sedan $\boxed{2nd} \boxed{GRAPH}$ för att välja $\boxed{[TABLE]}$ för att se tabellen. Varje rad i tabellen motsvarar en punkt på linjen. Använd tabellen för att svara på följande frågor:

13. Vilken omkrets borde ett glas ha som har diametern 8 cm?

14. Vilken diameter borde en badboll ha som har omkretsen 95 cm?

```

Plot1 Plot2 Plot3
Y1 = πX
Y2 =
Y3 =
Y4 =
Y5 =
Y6 =
Y7 =
  
```



```

TABLE SETUP
TblStart=0
ΔTbl=1
Indent:  Auto Ask
Depend:  Auto Ask
  
```

X	Y1
0	0
1	3.1416
2	6.2832
3	9.4248
4	12.5664
5	15.7080
6	18.8496

X=0