

Inga vanliga medelvärden

Vanligtvis när vi pratar om medelvärden så menar vi det *aritmetiska* medelvärdet. I en del sammanhang så kan man dock inte räkna med det. Vi går här igenom olika sätt att tänka och visar på hur man med algebraiska, geometriska och grafiska representationer kan åskådliggöra problemet.

Denna övning kan till stora delar användas i kurs 1. Där behandlas ju grundläggande algebra och begrepp som proportionalitet och linjära samband. Vissa delar i algebra som behandlas passar dock kanske bättre i kurs 2

Sid 1:

Tänk dig att du åker fram och tillbaka till en plats och att du håller hastigheten 100 km/h på resan dit och bara 50 km/h på resan tillbaka. Vad är din medelhastighet för hela resan?

Man kan lätt tro att medelhastigheten totalt blir 75 km/h. Nu kör man under längre tid med den lägre hastigheten och då blir svaret något annat.

Om sträckan är 100 km så tar det en timme att åka till platsen men 2 timmar att åka tillbaka. 3h timmar totalt alltså. Medelhastigheten blir då

$$\frac{200}{3} \approx 67 \text{ km/h}$$

Låt sträckan vara s och hastigheterna v_1 och v_2 . Färdtiderna blir då

$$t_1 = \frac{s}{v_1} \text{ resp. } t_2 = \frac{s}{v_2} \text{ och medelhastigheten } \frac{2 \cdot s}{t_1 + t_2} = \frac{2 \cdot s}{\frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2}} = \frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}}$$

Detta medelvärde kallas **harmoniskt medelvärde** och förekommer i olika sammanhang.

$$\frac{2}{\frac{1}{100} + \frac{1}{50}} = \frac{200}{3}$$

Den första problemställningen är en klassiker. Man kan använda TI-Nspire CAS-verktyg för att göra utvärderingar av algebraiska uttryck:

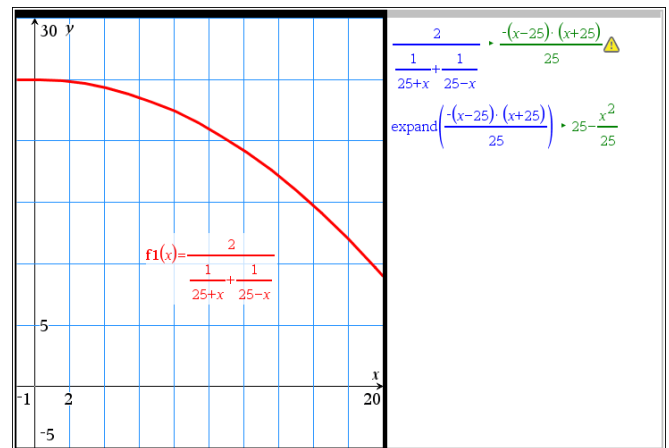
Om vi har uttrycket $\frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}}$ i en infogad matematikruta

och trycker på enter får vi resultatet $\frac{2 \cdot v_1 \cdot v_2}{v_1 + v_2}$

Sid 2: På denna sida har vi en ganska intressant frågeställning. Passar för kurs 2.

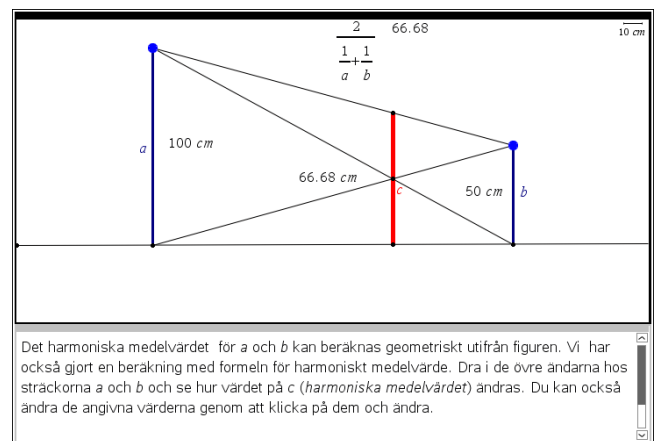
Tänk dig att du cyklar en sträcka till en viss plats och att du sedan cyklar tillbaka. Du håller samma hastighet, 25 km/h, hela tiden. Sedan gör du om samma cykeltur men nu blåser det medvind 3 m/s (=10, 8 km/h) på ditvägen och motvind 3 m/s på hemvägen. Hur blir din medelhastighet när det blåser?

Problemet bygger på att vi tjänar lika mycket på medvinden som vi förlorar på motvinden. Problemet kan generaliseras genom att vindhastigheten är en variabel

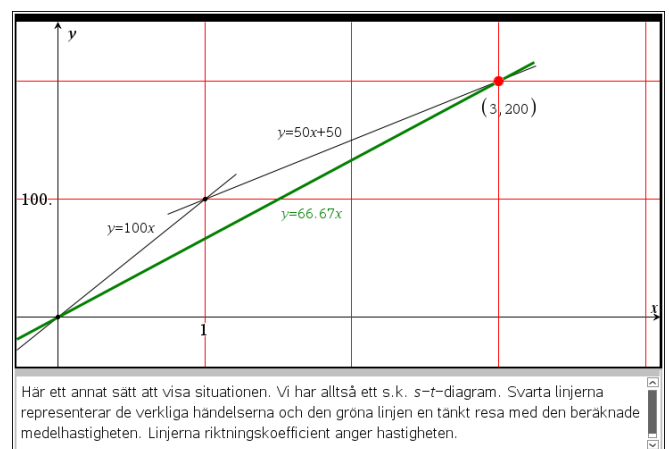


Vi ser av uttrycket att vindhastigheten 5 km/h betyder att medelhastigheten sjunker med 1 km/h till 24 km/h.

Sid 3: Här har vi en fiffig interaktiv geometrisk konstruktion av harmoniskt medelvärde. Figuren förekommer i olika varianter i ett klassiskt välkänt problem, "Crossing ladder problem". Leta gärna på webben.



Sid 4: Här finns nu en grafisk representation av problemet. Linjerna lutning är ju hastigheterna.



Sid 5-7: En annan variant av samma typ av problem. Vi tittar på två olika varianter av problemet.