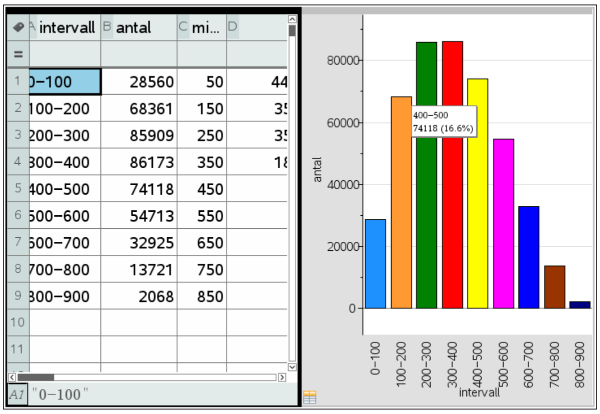
Integraler och analys av inkomstfördelning

Övningen passar bäst för kurs 4. Ur ämnesplanen: *Algebraiska och grafiska metoder för bestämning av integraler med och utan digitala verktyg, inklusive beräkningar av storheter och sannolikhetsfördelning.*

Sid 2: Diagrammet på sid 2 sida visar inkomstfördelningen för personer över 18 år i en region med ca 450 000 invånare. Siffrorna på den vågräta axeln är i 1000-tals kronor (kkr).

I vänstra spalten har vi ett kalkylark, som behövs för att rita diagrammet. Vid beräkningen av medelvärde och standardavvikelse för data (cellerna D1, D2, D3 och D4) har vi använt klassmitten. Vi får totala antalet inkomsttagare till 446 548, medelvärdet är 359 och standardavvikelsen 182.

Diskutera utseendet på fördelningen. Påminner det om en normalfördelning? Knappast. Det är ganska många i de lägre inkomstskikten och betydligt färre i de högre.

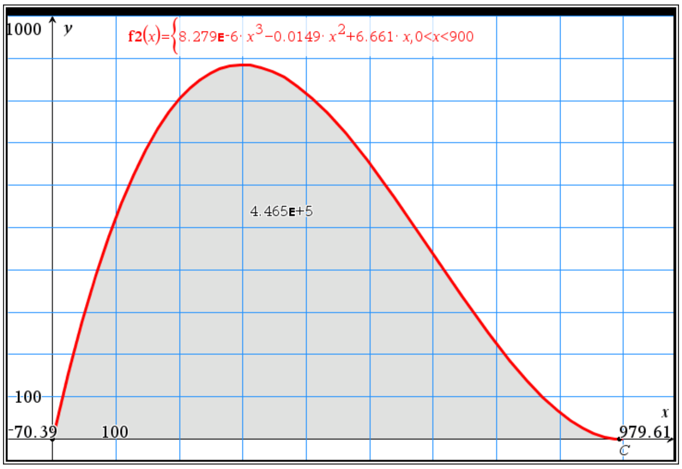


Vi ska nu titta lite närmare på dessa data och göra en matematisk modellering med analysverktyg från TI-Nspire. Man kan med utgångspunkt från ett enda funktionsuttryck göra ett stort antal beräkningar. Visar något av den matematiska analysens kraft.

Sid 3-4: Grafen på sid 4 visar en matematisk modell av inkomstfördelningen på första sidan. Vi har gjort den med regressionsverktygen i TI-Nspire. Det visar sig att man kan få en bra modell med en tredjegradsfunktion.

Den vågräta axeln visar årsinkomsten och den lodräta axeln antal inkomsttagare. Detta är en s.k. frekvensfunktion, precis som normalfördelningen.

Vi ser att lägsta inkomsten är 0 kr och högsta ca 900 kkr. Vi har beräknat integralen av denna funktion från 0 till 900 med Analysverktyget. Resultatet syns i det grå fältet. Det är ju totala antalet inkomsttagare. 446 500 alltså. Stämmer bra med beräknade data på sid 2.☺



Du kan dra i gränserna och beräkna olika saker. T.ex. hur många tjänare mer än 500 000 kr? Hur många tjänar mindre än 100 000 kr osv.

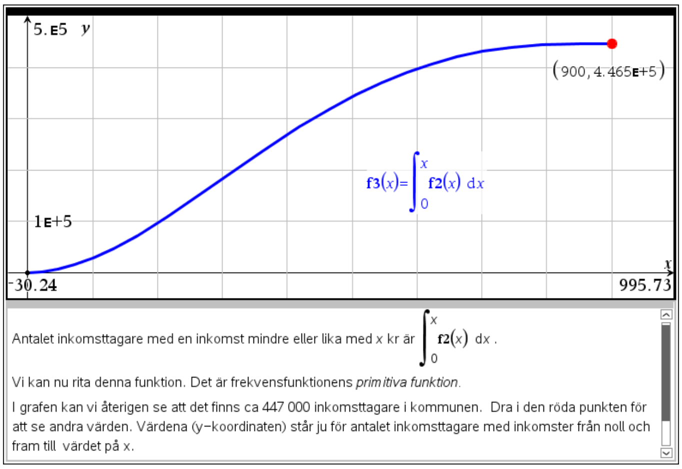
Sid 5: Antalet inkomsttagare med en inkomst mindre eller lika med x kr är

$$\int_0^x f2(x)dx$$

Där f2(x) är frekvensfunktionen på förra sidan.

Vi kan nu rita denna funktion. Det är ju frekvensfunktionens *primitiva funktion*.

I grafen kan vi återigen se att det finns ca 447 000 inkomsttagare i kommunen. Dra i den röda punkten för att se andra värden. Värdena (*y*-koordinaten) står ju för antalet inkomsttagare med inkomster från noll och fram till värdet på *x*.



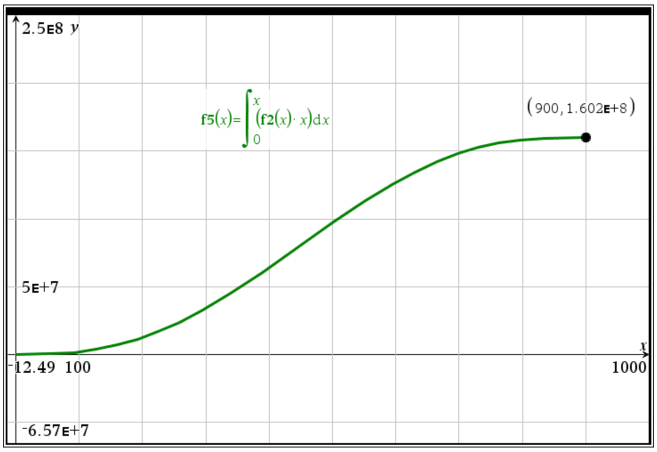
Sid 6-7 Om vi nu istället plottar funktionen

$$\int_0^x (f2(x)\cdot x)\,dx$$

får vi den *totala* inkomsten från inkomsten 0 fram till *x*, där *x* är inkomsten. Diskutera gärna hur det kan stämma.

$\int_0^{900} (f2(x)\cdot x)\,dx$ ger totalinkomsten 1.6021E8.

Eftersom vi har beräkningar i kkr blir det då ca $1{,}6\cdot 10^{11}$ kr eller 160 miljarder kr.

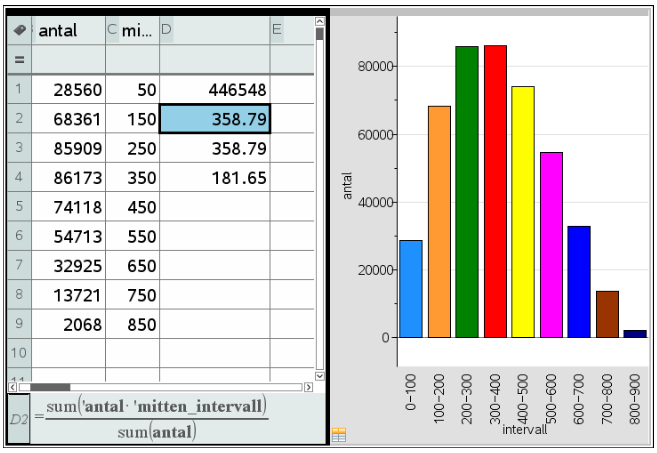


Medelinkomsten kan beräknas som

$$\frac{\int_0^{900} (f2(x)\cdot x)\,dx}{\int_0^{900} f2(x)\,dx}$$

Vi får värdet 358,77.

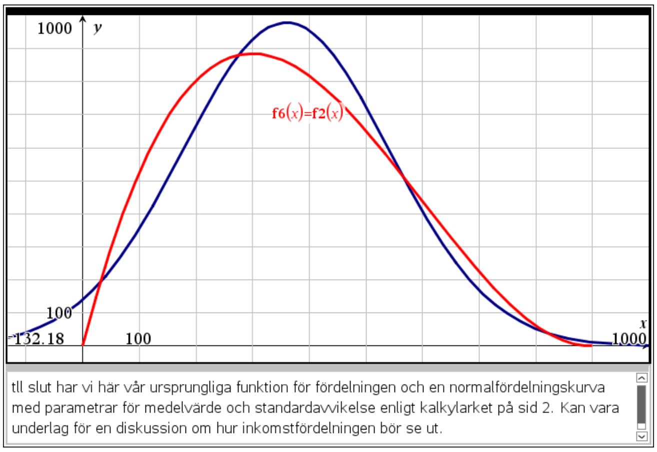
Det stämmer bra med det värde vi beräknat i kalkylarket på sid 2.



	antal	mi...	D	E
=				
1	28560	50	446548	
2	68361	150	358.79	
3	85909	250	358.79	
4	86173	350	181.65	
5	74118	450		
6	54713	550		
7	32925	650		
8	13721	750		
9	2068	850		
10				

D2 = sum('antal·'mitten_intervall) / sum(antal)

Sid 8: Här jämför vi vår fördelning med en normal-fördelning, där vi använt värdena för medelvärde och standardavvikelse från kalkylarket. Diskutera skill-naderna mellan fördelningarna.



Ett mått på ojämlikhet, t.ex. inkomstfördelning, är den s.k. *Ginikoefficienten* hos en befolkning. Måttet bygger på *Lorenzkurvan* och visar hur inkomsterna är förde-lade i en viss population. Ginikoefficienten har ett värde mellan noll (0) och hundra procent (1). 0 innebär att alla individer har exakt lika stora tillgångar (dvs. total jämlikhet) medan 1 innebär total ojämlikhet. Ju lägre ginikoefficient för inkomster, desto mer jämlikt. (*Wikipedia*)

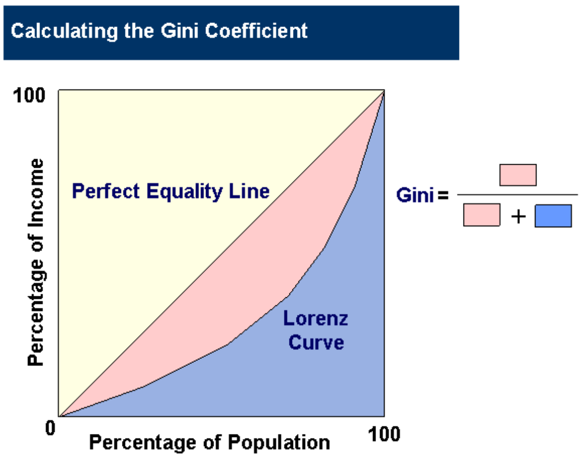


Bild: *http://maytermthailand.org/tag/gini-coefficient/*