
Thema: Gleichungen - Äquivalenzumformungen

Name: Andreas Knapp

☒ TI-Nspire™ CAS

Schlagworte: expand(), factor(), solve(), completeSquare(); händisches Umformen

---

Schülermaterial:

Arbeitsauftrag:

Rechne alle Aufgaben händisch im Heft. Überprüfe nach jedem Schritt mit dem TI-Nspire CX CAS. Mache dich mit der Syntax der eingeführten Befehle: expand(), factor(), solve() und completeSquare() vertraut.

✂---

Didaktischer Kommentar:

Mit diesen Beispielen soll einerseits das händische Umformen von Gleichungen wiederholt und vertieft werden, andererseits wird eine erste Hinführung in ein CAS gegeben.

Folgende Befehle finden Verwendung

- expand()
- factor()
- solve()
- completeSquare()

Vorschlag zur Umsetzung: Einzel- und/oder Partnerarbeit

Lösen von Gleichungen:

Schritt 1: Durch Äquivalenzumformungen

Schritt 2: Mit dem "solve"-Befehl

Beispiele:

(1) $3-\frac{x}{5}=x+\frac{1}{2}$

$\left(3-\frac{x}{5}=x+\frac{1}{2}\right)+\frac{x}{5}-\frac{1}{2}$; addiere $\frac{x}{5}$ und subtrahiere $\frac{-1}{2}$

$\left(\frac{5}{2}=\frac{6\cdot x}{5}\right)\cdot 5/6$; multipliziere mit dem Kehrwert $\frac{5}{6}$

$x=\frac{25}{12}$

TR: solve$\left(3-\frac{x}{5}=x+\frac{1}{2},x\right)$ ▸ $x=\frac{25}{12}$

(2) $5\cdot t^2=t$

$(5\cdot t^2=t)-t$ ▸ $5\cdot t^2-t=0$; subtrahiere –t

$t(5t-1)=0$; hebe t heraus TR: factor$(5t^2-t=0)$ ▸ $t\cdot(5\cdot t-1)=0$

$t1=0$ … 1. Lösung

$(5\cdot t-1=0)+1$ ▸ $5\cdot t=1$; addiere 1

$\frac{5\cdot t=1}{5}$ ▸ $t=\frac{1}{5}$; dividiere durch 5

$t2=\frac{1}{5}$ … 2. Lösung

TR: solve$(5\cdot t^2=t,t)$ ▸ $t=0$ or $t=\frac{1}{5}$

(3) $4\cdot(x+4)^2-(2\cdot x-11)^2=171$

$76\cdot x-57=171$; ausquadrieren und zusammenfassen TR: z.B. expand((x+4)^2)

$(76\cdot x-57=171)+57 \blacktriangleright 76\cdot x=228$; addiere +57

$x=228/76 \blacktriangleright x=3$; dividiere durch 76

TR: solve$\left(4\cdot(x+4)^2-(2\cdot x-11)^2=171,x\right) \blacktriangleright x=3$

(4) $(5\cdot a-5)^2-(3+3\cdot a)^2=20+(6-4\cdot a)^2 \blacktriangleright 16\cdot a^2-68\cdot a+16=16\cdot a^2-48\cdot a+56$

$16\cdot a^2-68\cdot a+16=16\cdot a^2-48\cdot a+56$; ausquadrieren und zusammenfassen TR: z.B. expand()

$(-68a+16=-48a+56)-56+68a \blacktriangleright -40=20\cdot a$; addiere 68a und subtrahiere 56

$(-40=20a)/20 \blacktriangleright -2=a$; dividiere durch 20

TR: solve$\left((5a-5)^2-(3+3a)^2=20+(6-4a)^2,a\right) \blacktriangleright a=-2$

ERWEITERUNG

Diese Aufgabe führt zu einer vollständigen quadratischen Gleichung, welche mit der Idee „quadratisches Ergänzen“ gelöst wird.

(5) $\frac{2}{x^2-1}+\frac{3}{x}=\frac{2}{x}$; Gib die Definitionsmenge an!

$\left(\frac{2}{x^2-1}+\frac{3}{x}=\frac{2}{x}\right)\cdot x\cdot(x^2-1)$; multipliziere mit dem gem. Nenner $x\cdot(x^2-1)$

$3\cdot x^2+2\cdot x-3=2\cdot(x^2-1)$;

$3\cdot x^2+2\cdot x-3=2\cdot x^2-2$; subtrahiere $2x^2$ und addiere 2

$x^2+2\cdot x-1=0$; Diese Aufgabe erfordert weitere Methoden – quadratisch ergänzen

$(x+1)^2-2=0$; Überprüfe, ob die beiden Gleichungen äquivalent sind.

TR: completeSquare$\left(x^2+2\cdot x-1=0,x\right) \blacktriangleright (x+1)^2=2$

$(x+1)^2=2$; Wurzelziehen – 2 Lösungen

$x+1=\pm\sqrt{2}$;

$x=-1\pm\sqrt{2} \Rightarrow x_1=-1+\sqrt{2} \vee x_2=-1-\sqrt{2}$

TR: solve$\left(\frac{2}{x^2-1}+\frac{3}{x}=\frac{2}{x},x\right) \blacktriangleright x=-(\sqrt{2}+1)$ or $x=\sqrt{2}-1$