

**Geef een vergelijking van de vorm:  $f(x) = d + a\sin(b(x - c))$**

Een opgave van bovenstaand type tref je niet erg vaak aan, maar als je hem mag oplossen kan het best een uitdaging vormen.

In veel gevallen mag je de rekenmachine inzetten als hulpmiddel, maar zal je zelf toch ook flink wat moeten doen om tot een antwoord te komen.

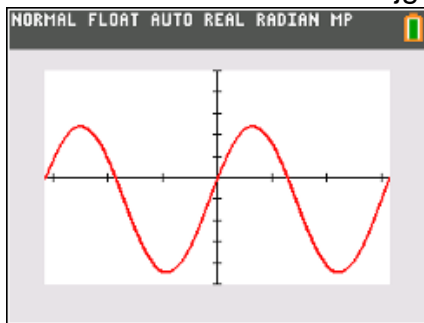
**VB1:**

Gegeven de functie  $f(x) = 1 + 2 \cos\left(2x + \frac{1}{3}\pi\right) - 2 + 5 \cos\left(2\left(x - \frac{1}{4}\pi\right)\right)$

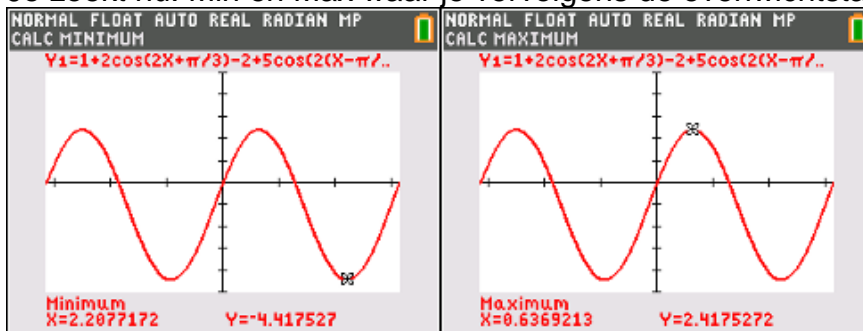
Je kan  $f(x)$  ook schrijven in de vorm  $f(x) = d + a \sin(b(x - c))$ .

Geef mogelijke waarden voor  $d, a, b$  en  $c$ .

Na invoer van de functie krijg je op  $[-\pi, \pi]$  volgende grafiek.



Je zoekt nu: Min en Max waar je vervolgens de evenwichtstand uit kan afleiden.



Min:  $y = -4,4175$  bij  $x = 2,2077$

Max:  $y = 2,4175$  bij  $x = 0,6369$

Je kan hier de evenwichtsstand uit afleiden:

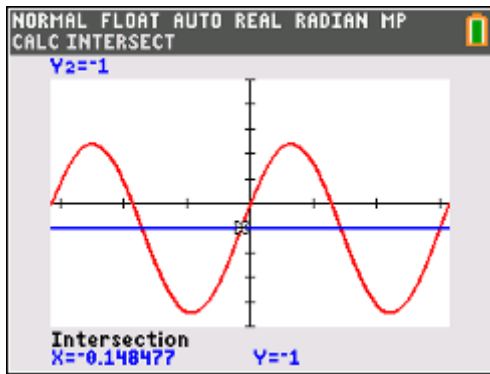
$$d = \frac{-4,4175 + 2,4175}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

De amplitude is:  $a = (2,4175 - -1) = 3,4175$

Periode =  $(2,2077 - 0,6369) * 2 = 3,1416$

$$\frac{2\pi}{b} = 3,1416 \text{ geeft } b = 2$$

Als je de evenwichtstand als extra lijn opneemt in de plot onder Y2 kan je het punt bepalen waar de sinus stijgend door de evenwichtstand gaat, het startpunt.



Startpunt:  $(-0,1485, -1)$  Dus  $c = -0,1485$

Op basis van de gegevens wordt de functie ( op 3 decimalen):  
 $f(x) = -1 + 3,418 \sin(2x + 0,149)$  of  $f(x) = -1 + 3,418 \sin(2(x + 0,298))$

Al met al veel stappen die je moet zetten om tot een antwoord te komen.

**VB2:**

In de tabel hiernaast zie je de weerstatistieken van Nederland.

Onderzoek welke sinusoïde past bij de gegevens over het jaar 2019.

(een deel daarvan is een prognose van het KNMI want op moment van schrijven is het 5-6-2019)

Bron: <https://weerstatistieken.nl/de-bilt/2019>

**Maandgemiddelde temperaturen**

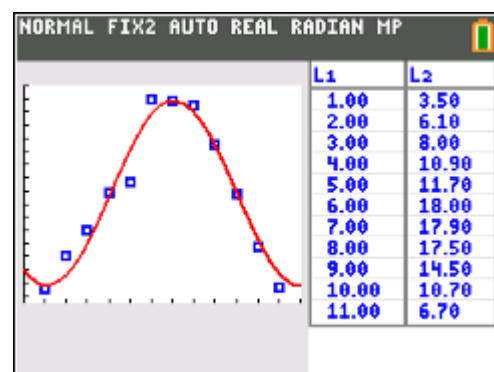
	Normaal	2018	2019
Januari	3,1	5,6	3,5
Februari	3,3	0,7	6,1
Maart	6,2	4,7	8,0
April	9,2	12,2	10,9
Mei	13,1	16,4	11,7
Juni	15,6	17,5	18,0
Juli	17,9	20,7	17,9
Augustus	17,5	18,5	17,5
September	14,5	14,8	14,5
Oktober	10,7	11,9	10,7
November	6,7	6,8	6,7
December	3,7	6,1	3,7
<b>Gemiddeld</b>	<b>10,13</b>	<b>11,40</b>	<b>10,77</b>

Om dit zelf op te lossen moet je een tekening maken, waarin alle gegevens staan. Daar een vloeiende lijn doorheen trekken en vervolgens min, max, evenwichtstand, amplitude en startpunt bepalen.

Uiteindelijk vindt je dan een formule als:

$$f(x) = 10,9 + 7 \sin(0,5x - 2,1)$$

Ook hiervoor geldt: Veel werk waarin een fout snel gemaakt is.



Kan dat niet anders?

**Programma: SINREGR**

```
Disp "BEPAAAL DE FORMULE BIJ"  
Disp "EEN PERIODIEK VERBAND"  
Disp "MAAK EN KEUZE"  
Disp "K=1: FORMULE IN Y1"  
Disp "K=2: GEGEVENS IN L1 EN L2"  
Prompt K  
Radian  
If K=2  
Then  
Goto F  
Else  
Disp "ZET FORMULE IN Y1"  
Disp "INTERVAL [A,B]"  
Disp "N=1 GROF, N=10 FIJN"  
Disp "DECIMALEN S"  
Disp "ONDERGRENS A"  
Prompt A  
Disp "BOVENGRENS B"  
Prompt B  
Disp "NAUWKEURIGHEID N"  
Prompt N  
Disp "AANTAL DECIMALEN S"  
Prompt S  
If N≤0 or N>10  
Then  
Goto Z  
Else  
If B≤A  
Then  
Goto Y  
Else  
ClrAllLists  
PlotsOff  
FnOff  
Fix S  
seq(X,X,A,B,(1/N))→L1  
dim(L1)→D  
If D<5  
Then  
Disp "AANTAL PUNTEN IS LAAG"  
Disp "NEEM RUIMER INTERVAL"  
Disp "OF HOGERE WAARDE N"  
Stop  
Else
```

Maak een keuze: óf een samengestelde formule in Y<sub>1</sub>; óf werken vanuit gegevens in L<sub>1</sub> en L<sub>2</sub>.

Zet GR op radialen.

Geef interval aan waarover de GR een plot maakt.  
Geef aan of je veel of weinig punten neemt.  
Aantal decimalen in het antwoord.

N kan niet 0 of minder of meer dan 10 zijn.

B kan niet gelijk of kleiner dan A zijn.

Maak alle lijsten leeg.

Zet plot uit.

Zet functies uit.

Stel aantal decimalen in.

Vul lijst 1 met waarden. Stapgrootte 1/N

Meet lengte lijst 1. Is dat minder dan 5 dan advies om interval of nauwkeurigheid aan te passen.

```
seq(Y1(T),T,A,B,(1/N))→L2
SinReg (3,L1,L2,Y2) *
Plot1(Scatter,L1,L2)
A-1→Xmin
B+2→Xmax
min(L2)-1→Ymin
max(L2)+1→Ymax
G—T
Text(5,2,"FORMULE:Y2")
DispGraph
Stop
Lbl Z
Disp "DE WAARDE VAN N MOET"
Disp "MINIMAAL 1 EN MAXIMAAL "
Disp "10 ZIJN"
Stop
Lbl Y
Disp "DE WAARDE VAN B MOET"
Disp "GROTER ZIJN DAN DIE"
Disp "VAN A"
Stop
Lbl F
Disp "ZET X WAARDEN IN L1"
Disp "EN Y WAARDEN IN L2"
Disp "AANTAL DECIMALEN S"
Prompt S
FnOff
PlotsOff
Fix S
dim(L1)→D
If D≤5
Then
Disp "JE HEBT MINDER DAN 6"
Disp "PUNTEN, DAT MAG NIET"
Stop
Else
ClrList L3,L4,L5
Plot1(Scatter,L1,L2)
SinReg (3,L1,L2,Y1) *
min(L1)-1→Xmin
max(L1)+1→Xmax
min(L2)-1→Ymin
max(L2)+1→Ymax
G—T
DispGraph
```

Vul lijst 2 met functiewaarden.

Bepaal functie bij data uit L1 en L2. Zet die in Y2.

Plot de gegevens uit de lijsten.

Stel x-min en x-max in bij het window.

Als basis gebruik je het interval.

Stel y-min en y-max in.

Als basis gebruik je de functiewaarden..

Splits weergave scherm.

Zet tekst in de plot.

Hier starten wat foutmeldingen.

Deze waarde is door de auteur als bovengrens  
gekozen. Het proces gaat anders te lang duren.

Hier start keuze 2: Lijst 1 en 2 gevuld.

Stel aantal decimalen antwoord in.

Zet functies uit.

Zet plots uit.

Stel aantal decimalen in.

Meet lengte lijst 1. Is dat kleiner dan 5, dan  
stop procedure.

Gooi andere lijsten dan L1 en L2 leeg.

Plot de gegevens uit L1 en L2

Bepaal de sinusoiden door de data. Zet in Y1.

Stel window in. Gebruik data uit L1 en L2

Splits weergave scherm.

**Text(5,2,"FORMULE:Y<sub>2</sub>")**  
**Stop**

Zet tekst in plot.

\* *Opmerking:* SinReg (3,...) wil zeggen dat de SinReg-procedure 3 iteraties uitvoert op de data. Je kan dit van minimaal 1 tot maximaal 16 instellen. Dat laatste zal er voor zorgen dat de berekeningen erg lang duren. In de meeste gevallen geeft de procedure met 3 betrouwbare uitkomsten, vandaar dat de 3 er vast in is gezet.

\*\* *Opmerking:* als je de decimalen op 0 zet leest de formule beter, maar krijg je al snel afwijkingen tussen de data en de gevonden functie. Is dus aan te raden dit op 3 of hoger te zetten.

**VB1:**

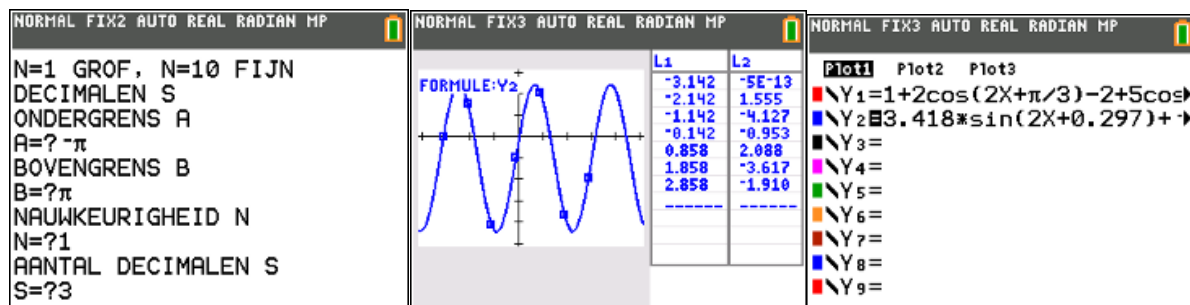
Gegeven de functie  $f(x) = 1 + 2 \cos\left(2x + \frac{1}{3}\pi\right) - 2 + 5 \cos\left(2\left(x - \frac{1}{4}\pi\right)\right)$

Je kan  $f(x)$  ook schrijven in de vorm  $f(x) = d + a \sin(b(x - c))$ .

Geef mogelijke waarden voor  $d, a, b$  en  $c$ .

**1-e voorbeeld:**

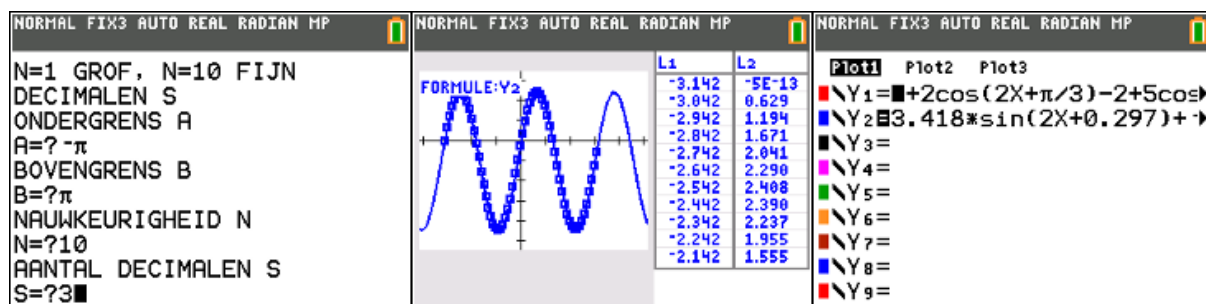
Interval:  $[-\pi, \pi]$  Nauwkeurigheid 1.



Uitgelezen uit de GR: Formule :  $Y_2 = 3,418 \sin(2x + 0,297) - 1$

**2-e voorbeeld:**

Interval:  $[-\pi, \pi]$  Nauwkeurigheid 10.



Uitgelezen uit de GR: Formule :  $Y_2 = 3,418 \sin(2x + 0,297) - 1$

Merk op dat het aantal punten verhogen met een factor 10 in dit voorbeeld niets aan de nauwkeurigheid doet, maar wel aan de tijd nodig om tot een antwoord te komen. Dat is met een factor 8-10 toegenomen.

Wat meer invloed heeft op de nauwkeurigheid van de functie is het aantal decimalen. Als je dat te laag zet, kan het zijn dat je afwijkingen gaat zien tussen de punten en de berekende oplossing.

**VB2:**

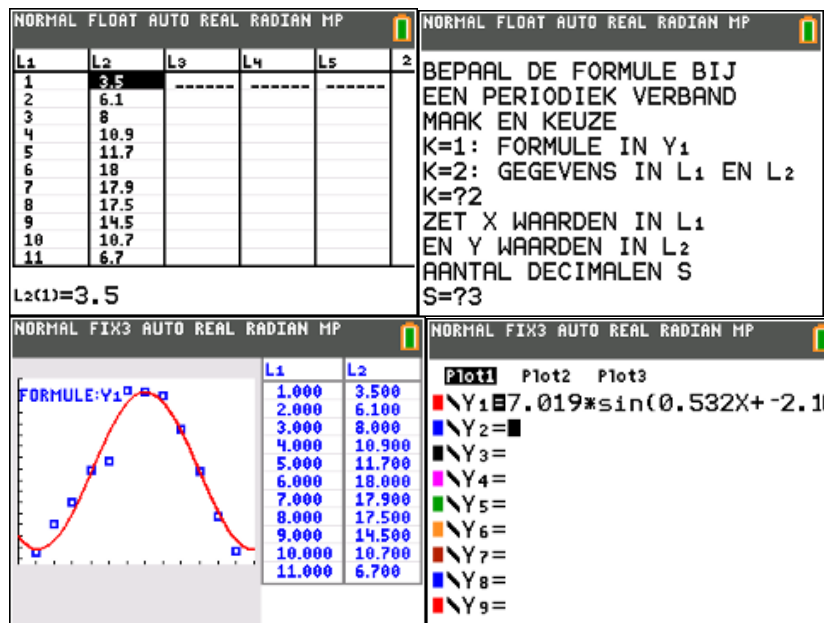
In de tabel hiernaast zie je de weerstatistieken van Nederland.

Onderzoek welke sinusoïde past bij de gegevens over het jaar **2019**.

(vanaf Juni door KNMI geschatte waarden)

Maandgemiddelde temperaturen			
	Normaal	2018	2019
Januari	3,1	5,6	3,5
Februari	3,3	0,7	6,1
Maart	6,2	4,7	8,0
April	9,2	12,2	10,9
Mei	13,1	16,4	11,7
Juni	15,6	17,5	18,0
Juli	17,9	20,7	17,9
Augustus	17,5	18,5	17,5
September	14,5	14,8	14,5
Oktober	10,7	11,9	10,7
November	6,7	6,8	6,7
December	3,7	6,1	3,7
<b>Gemiddeld</b>	<b>10,13</b>	<b>11,40</b>	<b>10,77</b>

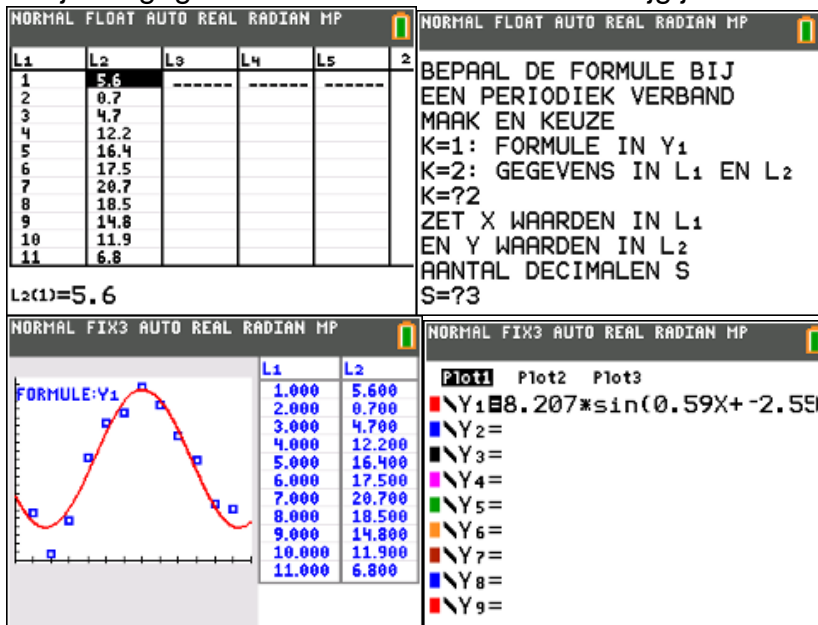
Om deze data in de GR te verwerken moet je er voor kiezen om lijst 1 te vullen met het nummer van de maand, dus Jan=1 ; Feb=2 etc.



Uitgelezen uit de GR: Formule 2019 :  $Y_1 = 7,019 \sin(0,532x - 2,149) + 10,87$

Je ziet zo ( beter dan in de tabel) dat maand 6 warmer wordt voorspeld dan je volgens de trend had mogen verwachten.

Als je de gegevens van **2018** in de GR zet krijg je:



Uitgelezen uit de GR: Formule 2018 :  $Y_1 = 8,207 \sin(0,590x - 2,559) + 12,177$

*Je ziet zo (beter dan in de tabel) dat er een uitschieter naar beneden in de data zit. Maand 2 was dus aanzienlijk kouder dan de trend had voorspeld.*