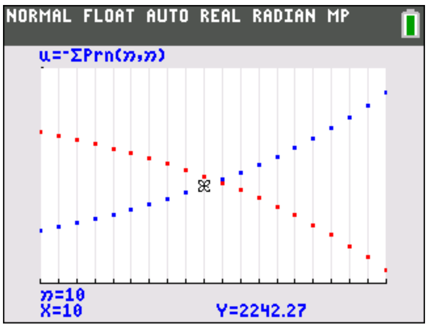
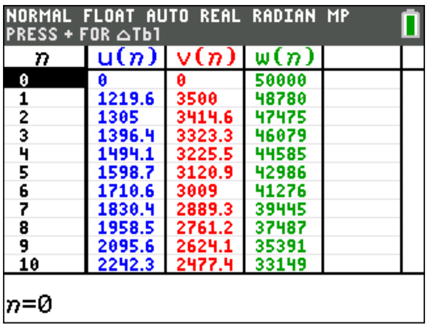
Cahiers T³ Europe
Vlaanderen nr. 44

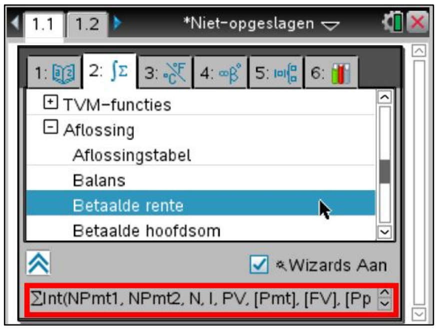
Financiële Algebra

Met de TI-84 Plus en TI-Nspire

Etienne Goemaere







KATHOLIEKE UNIVERSITEIT LEUVEN

INHOUDSOPGAVE FINANCIËLE ALGEBRA MET DE TI-84

INHOUDSOPGAVE FINANCIËLE ALGEBRA MET TI-NSPIRE

FINANCIËLE ALGEBRA MET DE TI-84

1. VERGELIJKINGEN OPLOSSEN

Als je herhaaldelijk eenzelfde formule moet gebruiken is de Solver een handig hulpmiddel.

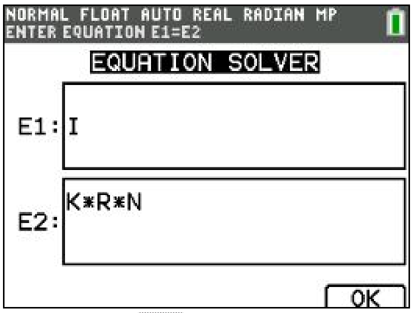
1.1. De formule voor enkelvoudige intrest $I = k \cdot i \cdot n$

Druk MATH en kies helemaal onderaan de SOLVER :

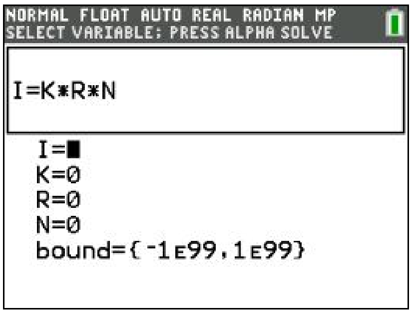
In de EQUATION SOLVER kun je de leden van de vergelijking invullen.

Is dit nog niet zo, druk op de opwaartse pijltoets om daar te komen.
De vergelijking $I = k \cdot i \cdot n$ kunnen we niet invullen met kleine letters omdat variabelen onder grote letters opgeslagen worden.

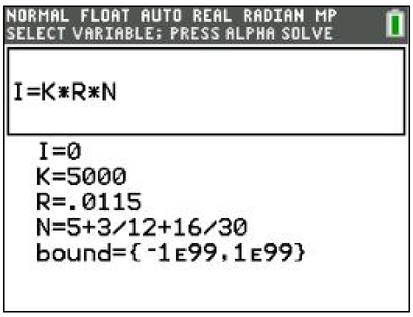
Stel $\begin{cases} K = \text{het kapitaal} \\ R = \text{de rentevoet} \\ N = \text{de periode} \\ I = \text{de intrest} \end{cases}$, dan kun je de vergelijking $I = K \cdot R \cdot N$ ingeven.



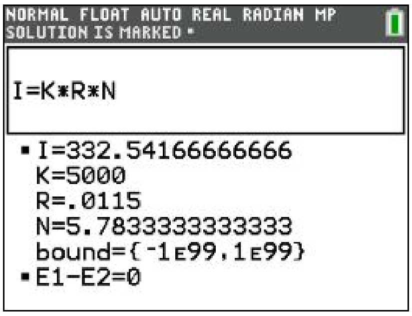
Druk je dan kun je waarden ingeven bij de verschillende variabelen.



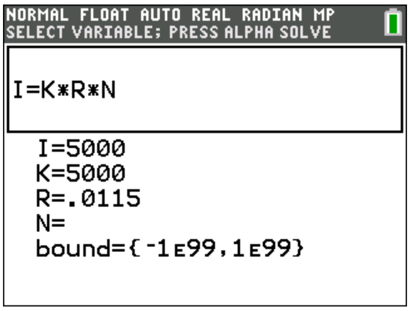
Geef je bij drie van de vier variabelen een waarde in,

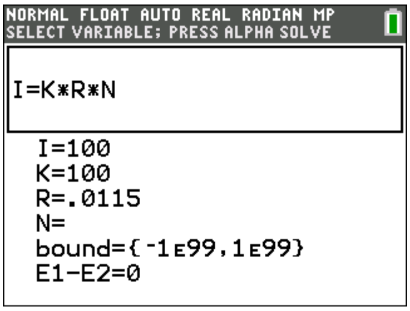


dan wordt de vierde berekend door op de gezochte variabele te gaan staan en Solve te drukken ( ).

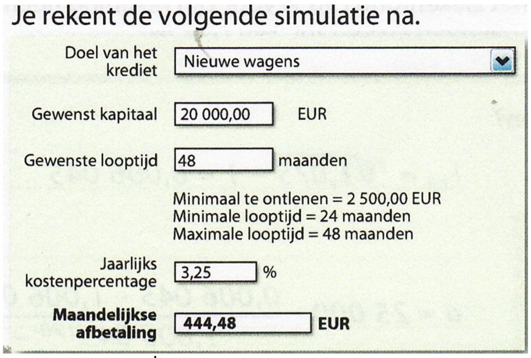


Hiermee kunnen de leerlingen in een handomdraai vinden dat de tijd nodig voor een kapitaalsverdubbeling (intrest = kapitaal) bij enkelvoudige intrest alleen afhangt van de rentevoet en niet van het kapitaal.
Doe dit maar eens.



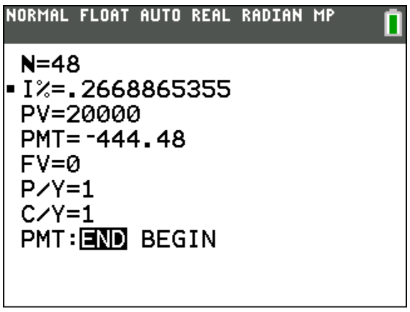


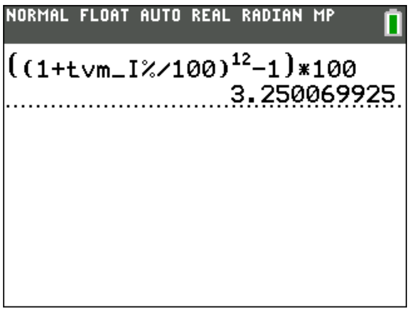
1.2. Berekening van een JKP bij consumentenkrediet



Een consumentenkrediet is een annuïteit, dus gebruik je de applicatie FINANCE ( ).

- Een 1ste mogelijkheid is dat je met de TVM Solver van de annuïteit de maandelijkse rentevoet bepaalt en hieruit de reële rentevoet.





Opmerking: voor de berekening van reële rentevoet kun je ook gebruik maken van de functie ▶ Eff(nominale, aantal kapitalisaties) die een reële rentevoet berekent voor een gegeven nominale en de aard van de gegeven kapitalisatie.

```
NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP
▶Eff(tvm_I%*12,12)
                    3.250069925
```

- Een 2[de] mogelijkheid is de reële rentevoet ineens te berekenen in de TVM Solver

```
NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP
 N=48
▪I%=3.250069925
 PV=20000
 PMT=-444.48
 FV=0
 P/Y=12
 C/Y=1
 PMT:END BEGIN
```

Geef je onder N het aantal maanden in en onder PMT het **maandelijkse** termijnbedrag dan bekom je bij I% de **jaarlijkse** rentevoet **door P/Y=12 en C/Y=1 te stellen**.

Stop je onderstaande vergelijking in de Solver, dan bekom je een heel gebruiksvriendelijke omgeving om in een handomdraai een JKP te bepalen en zo bijvoorbeeld verschillende kredieten met elkaar te vergelijken.

R = tvm_I%(N,K,-M,0,12,1) waarbij $\begin{cases} N = \text{aantal maanden} \\ K = \text{bedrag van het krediet} \\ M = \text{de mensualiteit} \\ R = \text{de reële rentevoet}\left(\text{maal } 100\right) \end{cases}$

```
NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP
ENTER EQUATION E1=E2
        EQUATION SOLVER
E1: R

E2: tvm_I%(N,K,-M,0,12,1)
                          OK
```

```
NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP
SOLUTION IS MARKED ▪
R=tvm_I%(N,K,-M,0,12,1)
 ▪R=3.250069924878
  N=48
  K=20000
  M=444.48
  bound={-1E99,1E99}
 ▪E1-E2=0
```

Wat zijn de jaarlijkse kostenpercentages bij onderstaande leningsvormen?

Zo zijn er nog tal van formules in de financiële algebra die zich tot hiertoe lenen.

1.3. Zelf aan de slag

- de eindwaarde bij enkelvoudige intrest $K = k \cdot (1 + i \cdot n)$
- de eindwaarde bij samengestelde intrest in $k_n = k \cdot (1+i)^n$

2. PROGRAMMA'S OM AAN INTRESTREKENEN TE DOEN

ICT in de lessen wiskunde kan ook door het gebruiken (schrijven) van programma's.

Laat je hier niet afschrikken door dat geladen woord "programma".

Het schrijven van een TI84-programma is geen onoverkomelijke hindernis.

2.1. Programma dat de intrest berekent bij gegeven waarden voor beginkapitaal, rentevoet en aantal periodes:

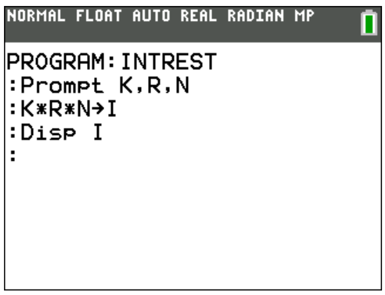
- Druk 

,
- Ga met de pijltoets  naar NEW en druk 

.
- Geef een naam in, bv "INTREST".

  (je tikt de letters in zonder 

te gebruiken).



- Met het commando Prompt vraag je naar de ingave van respectievelijk het beginkapitaal K, de rentevoet R en de periode N.
- Voor het Input-commando druk je 

- De intrest I bereken je door het product K*I*N op te slaan (

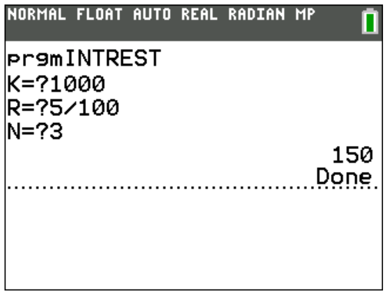
) onder de variabele I.
- Om het resultaat te laten zien geef je het commando Disp I in (

).

Bemerk de overeenkomst tussen de taal van de wiskunde en het programmaatje:

Gegeven:	kapitaal rentevoet periode	**Prompt K,R,N**
Gevraagd	intrest	
Oplossing	K.i.n=I	K*R*N→I Disp I

Druk je op 2nd MODE dan kom je in het basisscherm. Om het programma te gebruiken druk je PRGM en kies je onder de EXEC het juiste programma door te ENTERen. Zoals je hiernaast ziet is het programma verre van gebruiksvriendelijk voor een leek die niet vertrouwd is met gebruikte notaties.

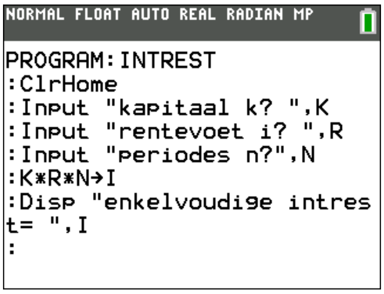


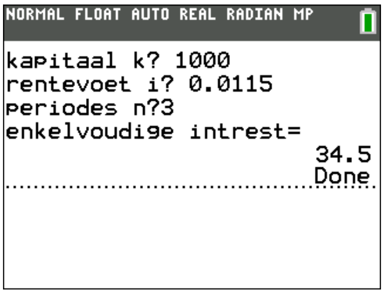
Dit kan je oplossen door niet het Prompt-commando maar het Input-commando te gebruiken.

Om een programma aan te passen: druk PRGM, selecteer Edit (PRGM ▶) en kies het aan te passen programma.

Voor het Inputcommando druk je PRGM ▶ 1.

Om kleine letters te verkrijgen druk je tweemaal ALPHA.



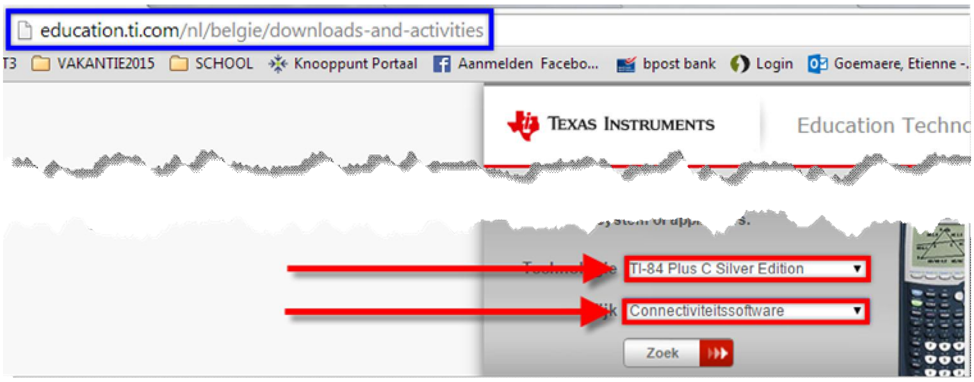


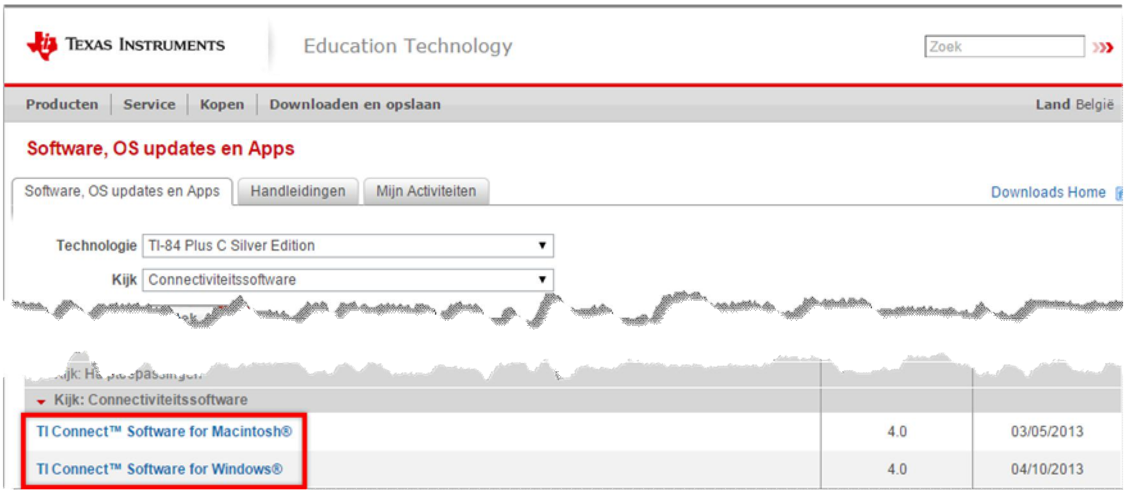
Opmerking:
Het is zeker niet de bedoeling dergelijk programma te gaan gebruiken om van de formules af te zijn. De echte bedoeling is kennismaken met ICT-mogelijkheden en het wegnemen van een zekere drempelvrees. De leerlingen zelf een programma laten schrijven (≠ het gebruiken in de oefeningen) kan hen zelfs helpen bij het memoriseren van de formule.

2.2. Intrest met de TI-84+ met het programma FINANC

Het menu gestuurde programmaatje FINANC staat niet standaard op de TI-84 maar kun je er als volgt op plaatsen.

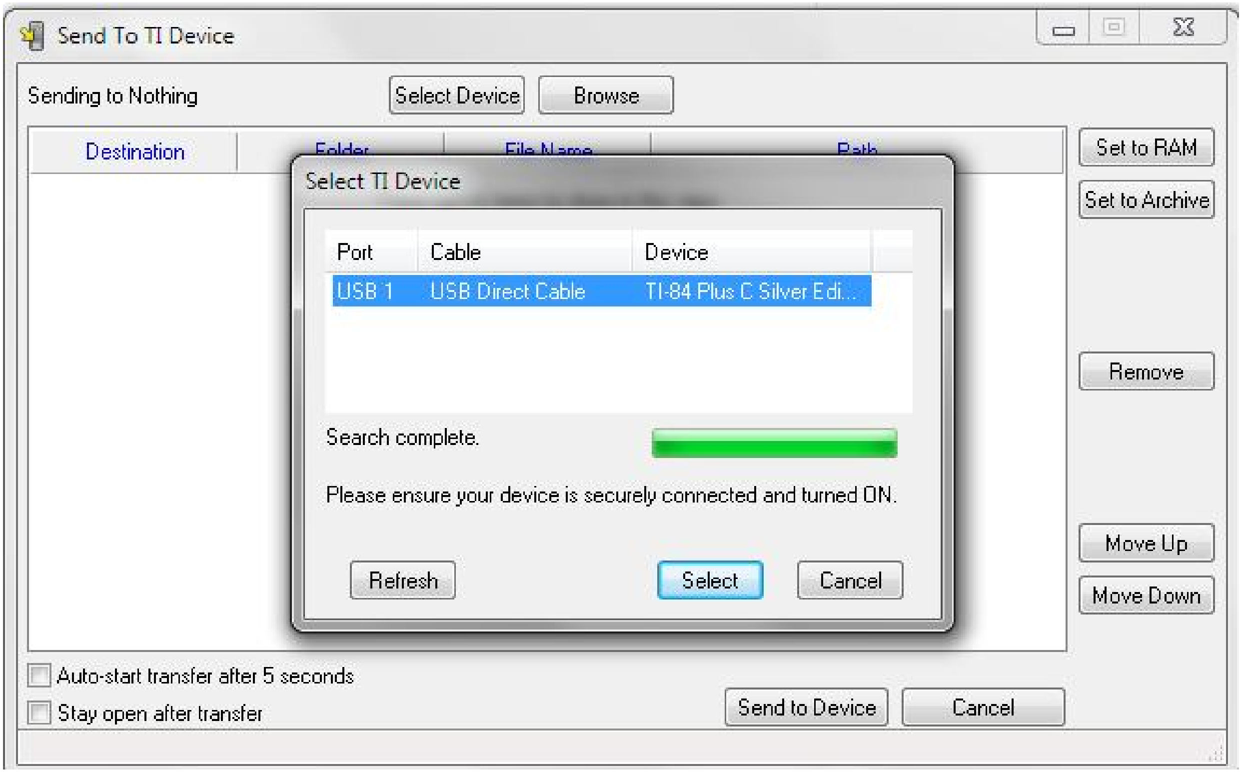
- Plaats het programma TI CONNECT op je computer.



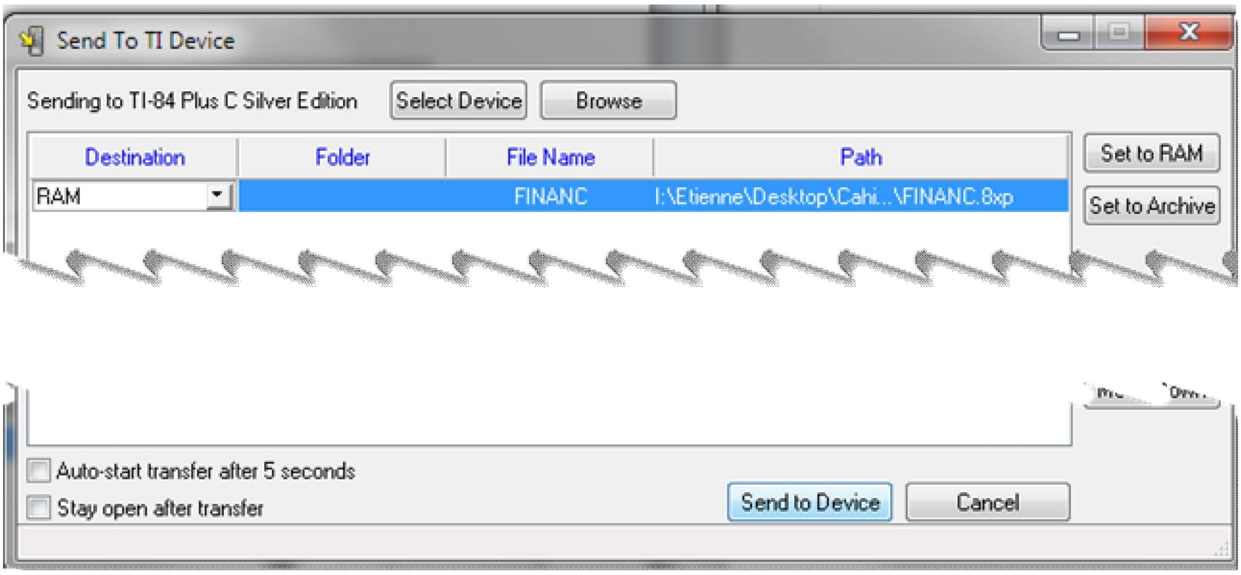


- Verbind je rekentoestel via je USB-kabel met de computer.
- Ga in de verkenner naar de map waar je het programma FINANC hebt staan, druk op de rechtermuisknop en kies voor Send To Ti-Device

Als je USB-verbinding gerealiseerd is, druk je Select.

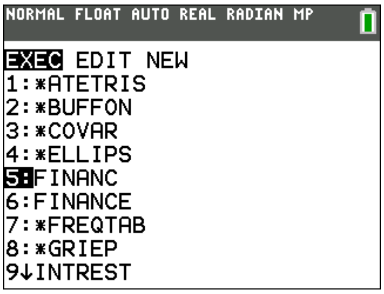


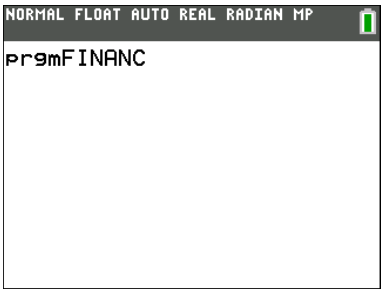
Druk op het te verzenden programma en druk Send to Device.



Wie het programma naar eigen inzichten wil aanpassen, vindt achteraan in bijlage de programmacode.

2.2.1. Voor enkelvoudige intrest kies je 1:Enkelv Int



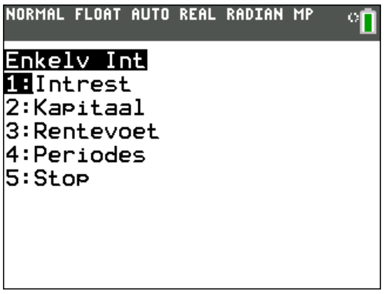


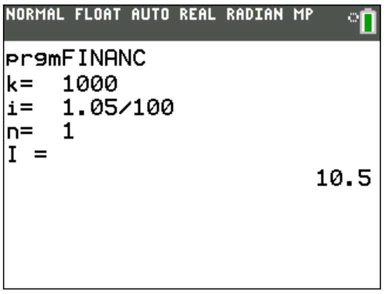
2.2.1.1. Intrestberekening

Gegeven kapitaal van €1000 aan 1,05% gedurende 1 jaar

Gevraagd intrest

Oplossing kies voor 1:Intrest, vul in k = 1000 i = 1.05 n =1 en druk .



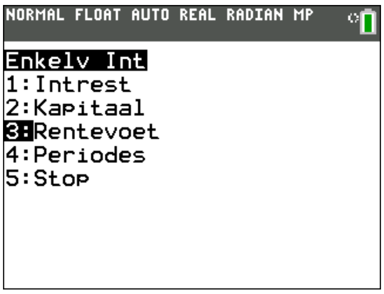


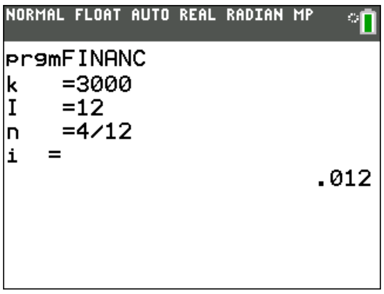
2.2.1.2. Rentevoet berekenen

Gegeven een kapitaal van €3000 levert gedurende 4 maanden €12 enkelvoudige intrest op

Gevraagd rentevoet

Oplossing kies voor 3:I, vul in: k = 3000, I =12, n =4/12 en druk .



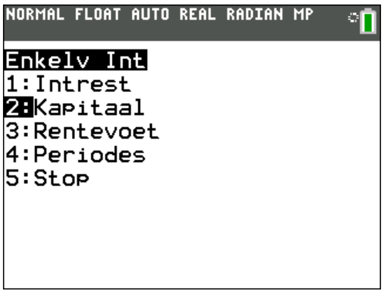


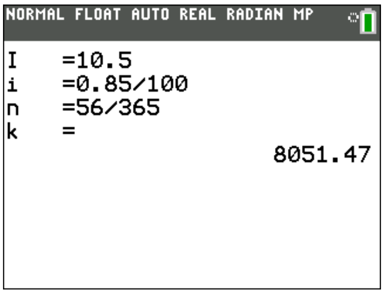
2.2.1.3. Kapitaalsberekening

Gegeven Een kapitaal brengt na 56 dagen, tegen 0,85% , €10,50 intrest op.

Gevraagd kapitaal

Oplossing kies 2:Kapitaal, vul in: I=10.5,i =0.85/100,n=56/365 en druk .



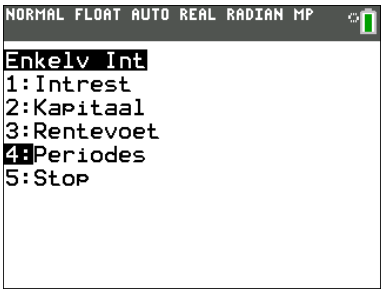


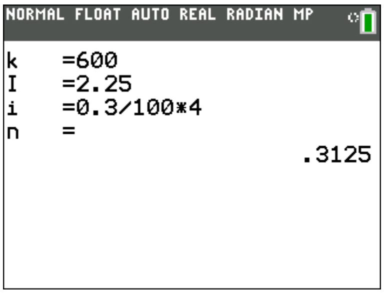
2.2.1.4. Berekening periode

Gegeven €600 brengt €2,25 intrest op aan 0,3 % per trim

Gevraagd periode

Oplossing kies 4:periodes, vul in: k=600, I=2.25, i=0.3/100*4 en druk .



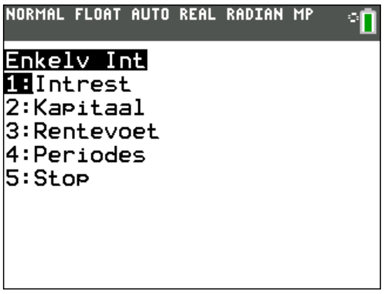


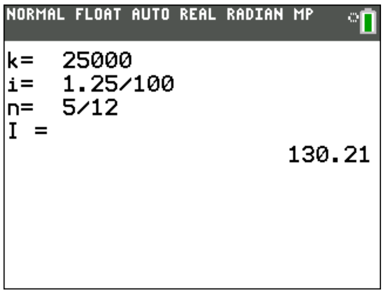
Eenmaal de leerlingen aangetoond hebben de basisformules onder de knie te hebben, kunnen met behulp van zo'n programma's opdrachten aangesneden worden die voor bepaalde leerlingen net iets te hoog gegrepen zijn.

Voorbeeld Iemand plaatst 25 000 euro gedurende 5 maanden tegen 1,25%. Onmiddellijk daarop wordt het verkregen kapitaal herbelegd voor 8 maanden. Aan het slot van deze periode is het kapitaal aangegroeid tot 25831 euro.

- Wat is de rentevoet van de resterende 8 maanden?
- Wat is de gemiddelde rentevoet voor de totale beleggingsduur?

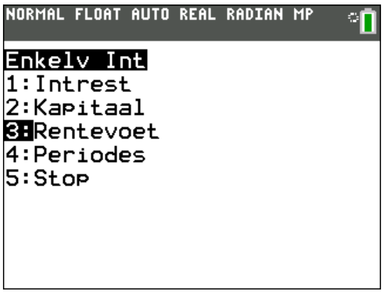
Je berekent eerst het kapitaal na 5 maanden door de intrest voor 5 maanden te berekenen.

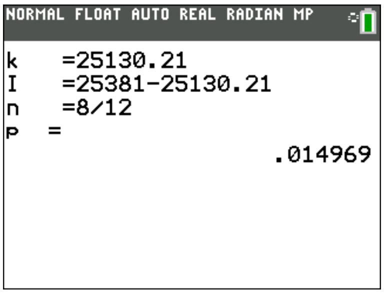


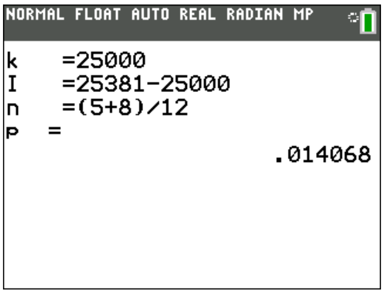


Kapitaal na 5 maanden is dus 25130,21. Vermits de eindwaarde nog eens 8 maanden later 25381 is, is de intrest gelijk aan het verschil (kun je zo intikken).

Je berekent de jaarlijkse rentevoet. Op analoge manier bereken je de gemiddelde rentevoet.





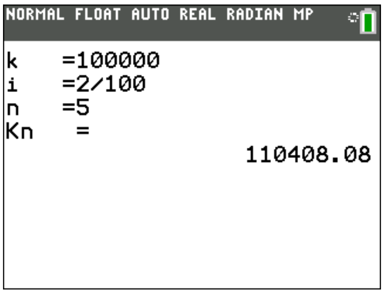


2.2.2. Voor samengestelde intrest kies 2:Sameng Int

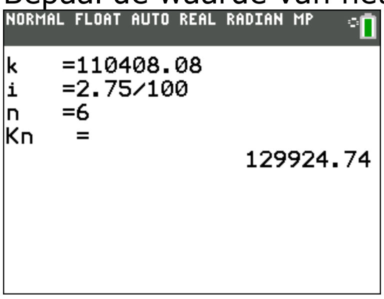
De gebruiksformaliteiten zijn gelijkaardig aan deze uiteengezet voor het systeem van enkelvoudige intrest.
Een aantal moeilijker opdrachten.

Voorbeeld
Een persoon plaatst 100000 euro voor 14 jaar. De eerste 5 jaar tegen 2%, de volgende 6 jaar tegen 2,75%. Tegen welk procent werd gedurende de laatste periode belegd als hij na de volle periode over 141352,90 euro beschikt?

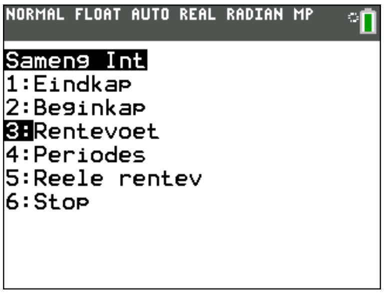
We bepalen het kapitaal na 5 jaar SI aan 2%

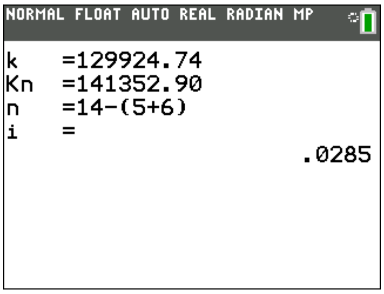


Bepaal de waarde van het kapitaal 110408.08 euro na 6 jaar SI 2,75%.



Bepaal de rentevoet die zorgt dat het kapitaal van 129924,74 euro in het resterende aantal jaar aangroeit tot 141352,90 euro.





<u>Probeer zelf volgende opgaven</u>

Een kapitaal van 1 miljoen euro wordt belegd gedurende 15 jaar. De eerste 10 jaar bedraagt de rentevoet 1,65%.

a) Welke rentevoet wordt gehanteerd voor de resterende periode als de eindwaarde 1300393,20 euro bedraagt?
b) Wat is de gemiddelde rentevoet voor de totale periode?

Een beginnend zakenman heeft de volgende schulden bij een financiële instelling: 2 miljoen te betalen over 4jaar; 4 miljoen te betalen over 5 jaar en 2 maanden en 3 miljoen te betalen over 8 jaar en 9 maanden. Hij wil alle schulden binnen 6 jaar ineens terugbetalen. Met welk bedrag zal dit zijn als de financiële instelling 4% per jaar aanrekent?

2.3. In het rood gaan komt je duur te staan.

Via volgende toepassing kunnen je verschillende doelstellingen nastreven:

- de leerlingen wijzen op verschillende oplosmethodes
- de leerlingen in contact brengen met het begrip rij
- de leerlingen wijzen op de kostprijs van afbetalingen.

Probleemstelling

Als laatste jaar student ben ik voor €2151 in het rood komen te staan op mijn rekening. Nu ik mijn eigen boterham verdien, zal ik mijn rekening aanzuiveren door maandelijkse € 75 te storten.

Mijn bank gebruikt voor mijn kredietkaart een maandelijkse rentevoet 1,05% Elke maand boven het limietbedrag €1875 kost me €31.25 per maand extra.

Hoelang zal het duren vooraleer ik onder de €1875 in het rood sta en hoelang zal het duren vooraleer zo mijn rekening aangezuiverd is?

Wat zal het me kosten?

1ste manier van oplossen

Iedere maand ontstaat een schuld (N) die berekend wordt uit de schuld van de vorige maand

De situatie na 1 maand:

$$
\begin{aligned}
N &= 2151 + 1{,}05\% \text{ van } 2151 + 31{,}25 - 75\\
&= 2151 + 0{,}0105 . 2151 + 31.25 - 75\\
N &= 2151.\left(1 + 0{,}0105\right) + 31.25 - 75\\
&= 2151.1{,}0105 - 43{,}75\\
&= 2129{,}8355
\end{aligned}
$$

De situatie na 2 maand:

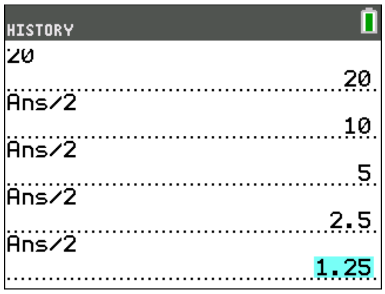
$$
\begin{aligned}
N &= 2129{,}8355 + 1{,}05\% \text{ van } 2129{,}8355 + 31{,}25 - 75\\
N &= 2129{,}8355.1{,}0105 - 43{,}75\\
&= 2108{,}448773
\end{aligned}
$$

De situatie na 3 maand:

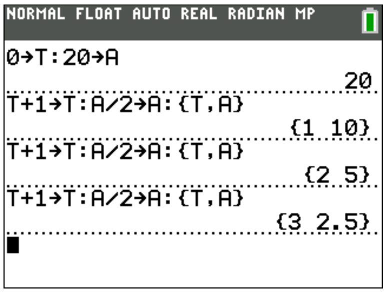
$$
\begin{aligned}
N &= 2108{,}448773 + 1{,}05\% \text{ van } 2108{,}448773 + 31{,}25 - 75\\
N &= 2108{,}448773.1{,}0105 - 43{,}75\\
&= \quad ...
\end{aligned}
$$

Bemerk dat de manier van berekenen telkens weer dezelfde is:

Nieuwe schuld = Oude schuld . 1,0105-43.75



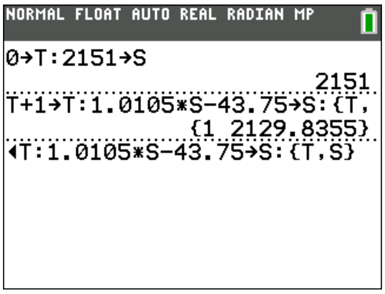
Nu bezit de TI-84 de mogelijkheid om een ingegeven bewerking te blijven herhalen op het getal dat in ANS opgeslagen is door gewoon  te drukken.

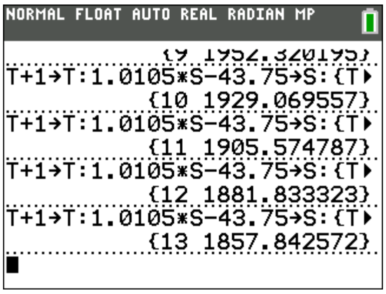


Als je wil weten hoeveel maal je uiteindelijk gedeeld hebt door 2, zal je dit ofwel zelf moeten tellen ofwel een teller bijhouden op je rekentoestel.

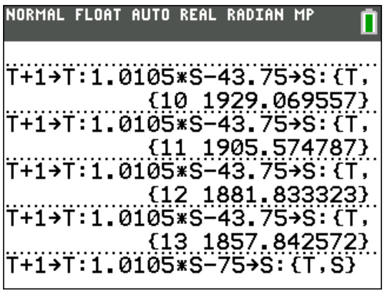
Deze mogelijkheid kan je gebruiken om op een vlugge manier de evolutie van de maandelijkse situatie te bekijken en van zodra je ziet dat de schuld onder de 1875 komt, schakel je naar een nieuwe formule over omdat dan het bedrag €31,25 niet meer bij mijn schuld komt.

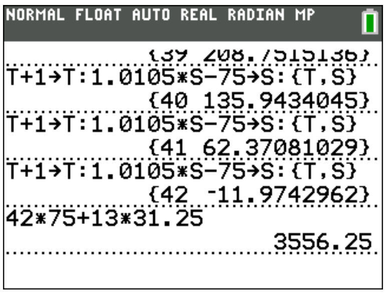
Nieuwe schuld = **Oude schuld . 1,0105-43.75**





vanaf dit moment wordt de schuld berekend als **oude schuld . 1,0105-75**





Het duurt dus 42 maanden vooraleer de schuld €2151 afgelost is
en het kost €3556,25.

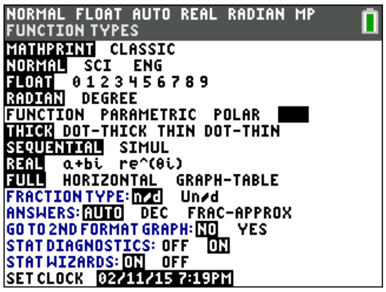
2^de manier van oplossen

n	schuld na n maanden		
0	2151		u(0)
1	2151.1,0105 – 43,75 u(0) * 1.0105 – 43.75	2129,8355	u(1)
2	2129,8355.1,0105-43,75 u(1) * 1.0105 – 43.75	2108,4488	u(2)
	. . .		
	u(n – 1) * 1.0105 – 43.75		u(n)

Je bouwt een **rij** van waarden op met een vast stramien :

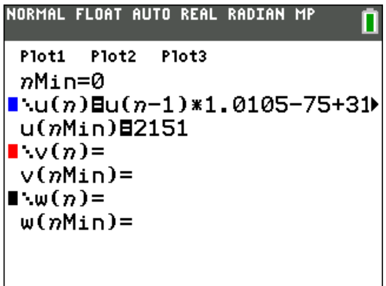
nieuwe schuld = oude schuld + verandering

Vandaar dat je de  op Seq (sequence) zet.

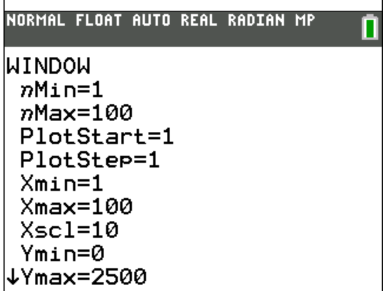


De beginschuld u(0) =2151 .

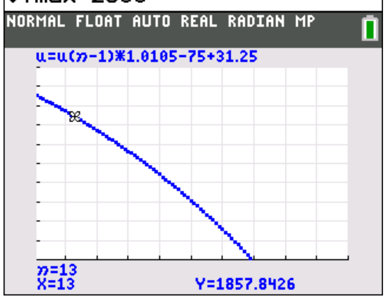
Elke maand wordt de nieuwe schuld *u(n)* berekend als de oude schuld *u(n-1)* maal 1,0105, verminderd met 75 en vermeerderd met 31,25. Druk  en voer in.



Om na te gaan wanneer de schuld onder de 1875 euro komt, kijk je, na instellen van het grafisch venster () naar de grafische voorstelling ()



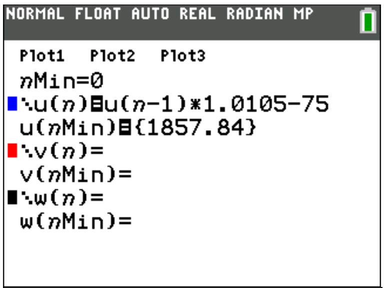
Na een tijdje op de pijltjestoetsen drukken vind je dat de schuld onder de 1875 euro gaat na 13 maanden, om in de situatie te komen dat je niet langer maandelijks 31,25 euro supplementair moet betalen. Je hebt dan al 13 keren 75 euro betaald (=975 euro) om dus 293,16 euro (2151-1857,84) weg te werken.



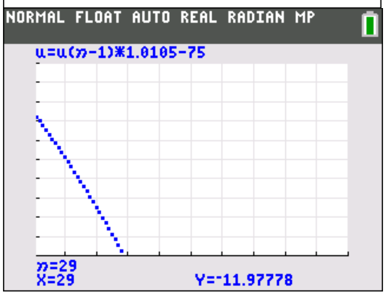
Vanaf nu ziet de afbouw van de schuld er anders uit

13		1857,8426 <1875	$v(0)$
14	1857,8426.1,0105-75 $v(0)*1.0105-75$	1802,3499	$v(1)$
15	182,3499.1,0105-75 $v(1)*1.0105-75$	1746,2746	$v(2)$
	. . .		
	$v(n-1)*1.0105-75$		$v(n)$
	. . .		
42		- 11,9743<0	

Vanaf nu mag uit de formule de 31,25 geschrapt worden en de beginschuld wordt op 1857,84 gezet.



Je kijkt net zoals hierboven hoelang het duurt vooraleer de schuld volledig weggewerkt is.



Het duurt dus nu nog eens 29 maanden (dus €2175 gestort) vooraleer de schuld volledig weggewerkt is.
De totale duur komt daarmee op 42 maanden (3 jaar en 6 maand) en er werd dus €3556,25 (42*75+13*31.25) betaald om een schuld van €2151 weg te werken.

Pas deze manier van werken aan voor andere situaties.

- Hoelang duurt het voor het gegeven voorbeeld als je 100 euro maandelijks kunt missen?
- Je wenst een schuld af te lossen van €4500 en zal hiertoe elke maand €200 storten bij de bank. De bank rekent je een intrest op de uitstaande schuld aan tegen een maandelijkse rentevoet van 0,75%. Tevens moet je maandelijks 0,5% intrest bijbetalen zolang je schuld boven €2500 staat. Hoelang zal het duren vooraleer je

onder het kaskrediet van €2500 komt? Hoelang zal het duren vooraleer je schuld geheel afgelost is?

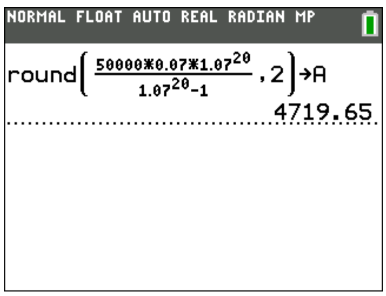
3. AFLOSSINGSTABEL MET DE TI-84

Je wenst een aflossingstabel voor een lening van 50000 euro terug te betalen met 20 jaarlijkse constante termijnen. De aangerekende jaarlijkse rentevoet bedraagt 7%.

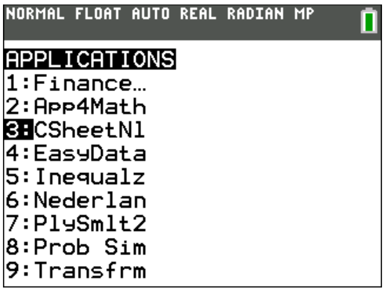
3.1. Schuldaflossing in de applicatie CSheetNl

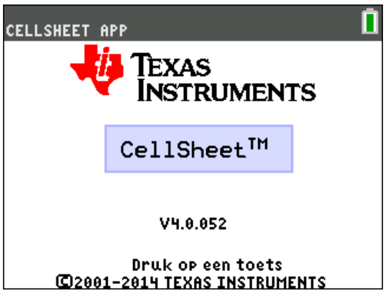
Met de applicatie CSheetNl kan je de werking van aflossingstabel uitleggen door te werken met de jaarlijkse opbouw van de af te betalen rente op de uitstaande schuld, het restdeel van het termijnbedrag dat gebruikt wordt om de schuld af te bouwen en zodoende de nieuwe uitstaande schuld. Dit is een applicatie die werkt zoals een spreadsheet in bijvoorbeeld Excel.
Heb je deze applicatie nog niet geïnstalleerd staan dan kan je die downloaden op http://education.ti.com/nl/nederland/products/ti-84-plus/ti-84-plus-ce-t/tabs/overview#tab=applications en als TIConnect geïnstalleerd is op je computer, naar uw Device sturen.

Vooraf:
Bereken het termijnbedrag $a = \frac{V \cdot i \cdot u^n}{u^n - 1}$, sla dit op onder de veranderlijke A



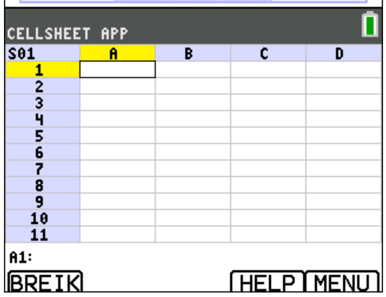
Open de applicatie CSheetNl.



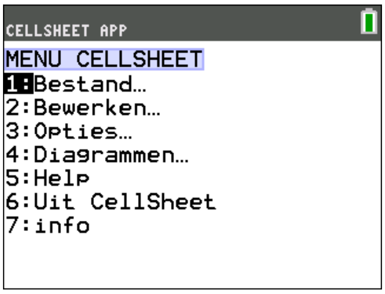


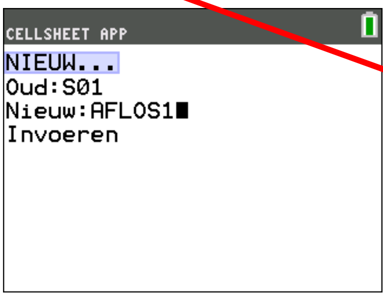
Op het tweede scherm vind je een aantal handelingen die in CSheetNl mogelijk zijn en de daartoe te gebruiken toetsen.

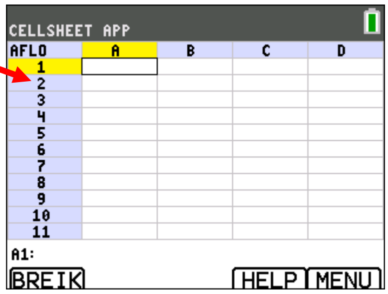
Werd deze applicatie nog nooit gebruikt op je rekentoestel, dan kom je in een rekenblad terecht genaamd SO1 (anders in het laatst geopende).



Wil je een rekenblad dat verbonden is aan je oefening, dan kan je een nieuw aanmaken. Daartoe ga je naar MENU ( ), kies je voor 1.Bestand ( ), voor 3.Nieuw ( ) en tik je een bestandsnaam in en druk je .

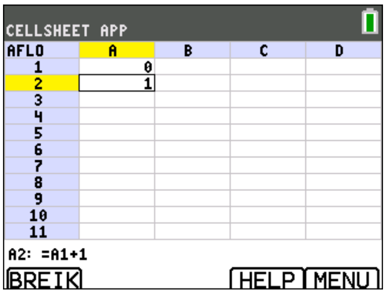


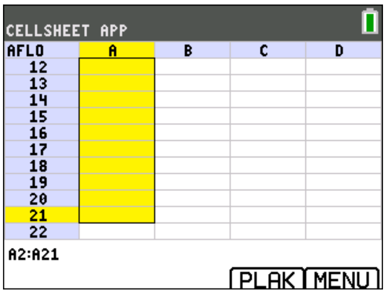


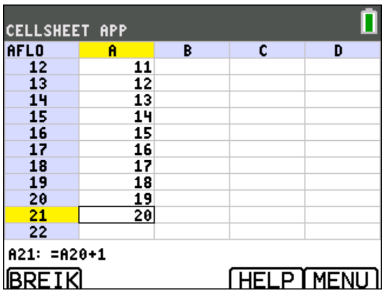


In kolom A zet je de volgnummers 0 tot en met 20:

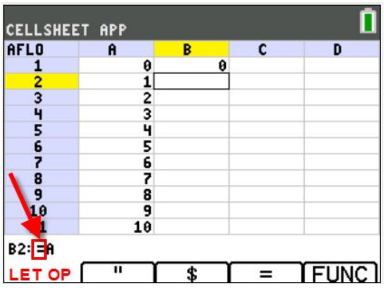
- tik in cel A1 gewoon 0 en druk
- tik in cel A2 *=A+1* :
- ga met de pijltoets terug naar de cel A2 ( ) , kopieer via F3 de inhoud ( ), geef via F1 het bereik aan ( ) waar je de formule wil doorvoeren en plak met F4 ( ).

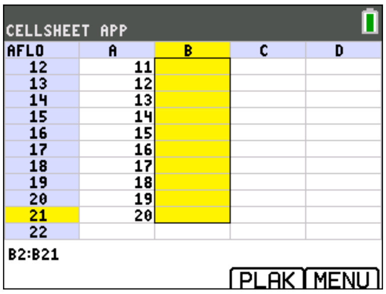


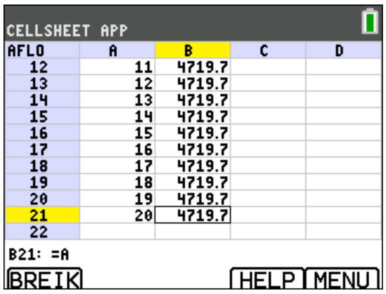




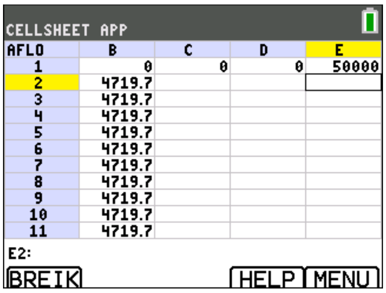
In de tweede kolom zet je in B1 0 en in B2 de formule =*A* (de variabele waar je het termijnbedrag hebt opgeslagen). Vervolgens kopieer je cel B2 naar beneden.



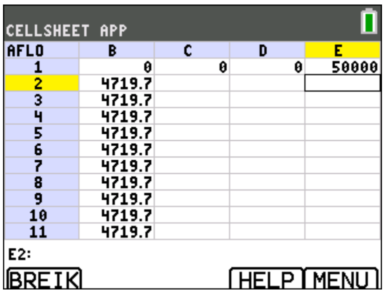


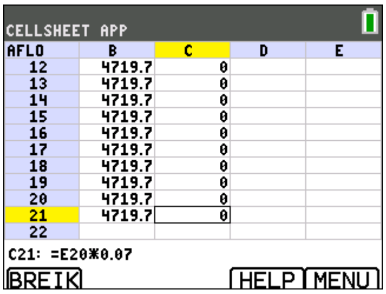


In de derde kolom en vierde kolom is de eerste cel eveneens gelijk aan nul maar in E1 komt de oorspronkelijke schuld (50000).

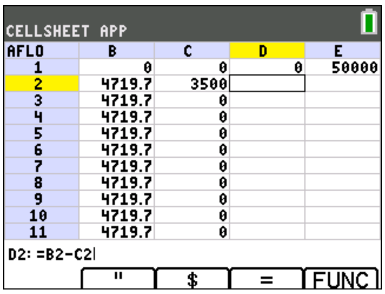


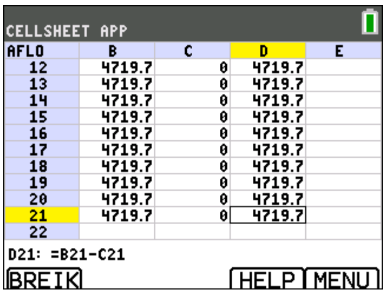
In C2 bereken je het eerste rentebestanddeel als de uitstaande schuld vermenigvuldigd met de rentevoet (*=E1*0.07*). Vervolgens kopieer je deze formule naar beneden. Voorlopig zullen al de cellen waarin de formule gekopieerd werd, nul zijn.



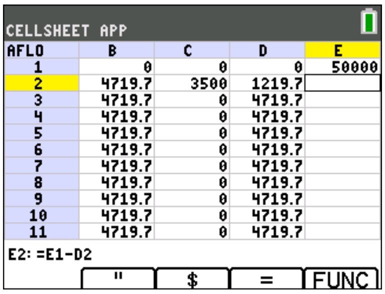


In D2 bereken je het eerste kapitaalbestanddeel als het termijnbedrag verminderd met het rentebestanddeel. (*=B2-C2*). Vervolgens kopieer je deze formule naar beneden.





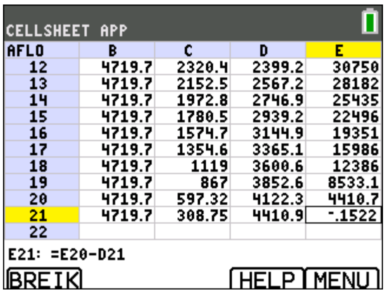
Bereken in E2 de uitstaande schuld na de eerste kapitaalaflossing (=E1-D2).
Vervolgens kopieer je deze formule naar beneden.
Na deze laatste kopieeropdracht zullen ineens ook alle andere waarden aangepast zijn en is een volledige aflossingstabel zichtbaar.



CELLSHEET APP

AFLO	B	C	D	E
1	0	0	0	50000
2	4719.7	3500	1219.7	
3	4719.7	0	4719.7	
4	4719.7	0	4719.7	
5	4719.7	0	4719.7	
6	4719.7	0	4719.7	
7	4719.7	0	4719.7	
8	4719.7	0	4719.7	
9	4719.7	0	4719.7	
10	4719.7	0	4719.7	
11	4719.7	0	4719.7	

E2: =E1-D2
" $ = FUNC



CELLSHEET APP

AFLO	B	C	D	E
12	4719.7	2320.4	2399.2	30750
13	4719.7	2152.5	2567.2	28182
14	4719.7	1972.8	2746.9	25435
15	4719.7	1780.5	2939.2	22496
16	4719.7	1574.7	3144.9	19351
17	4719.7	1354.6	3365.1	15986
18	4719.7	1119	3600.6	12386
19	4719.7	867	3852.6	8533.1
20	4719.7	597.32	4122.3	4410.7
21	4719.7	308.75	4410.9	-.1522
22				

E21: =E20-D21
BREIK HELP MENU

Het nadeel van werken in CSheetNl is het stugge doorvoeren van de inhoud van cellen. Vooral als je een aflossingstabel gaat opstellen voor een schuld die maandelijks afgelost wordt, ondervind je dat het doorvoeren van formules traag verloopt.

3.2. Zelf de formules ingeven

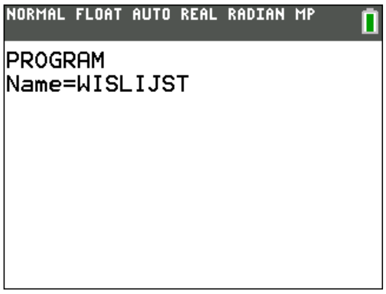
Wil je de formulekennis aanscherpen, dan verdient deze werkwijze de voorkeur.

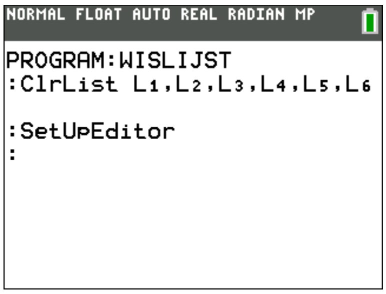
3.2.1. Zorg dat de werklijsten L_1, … ,L_6 leeg zijn en zichtbaar.

Omdat je dit bij elke opgave doet, schrijf je hiervoor het programma “WISLIJST”.

- Druk PRGM, kies met ▶ voor NEW,

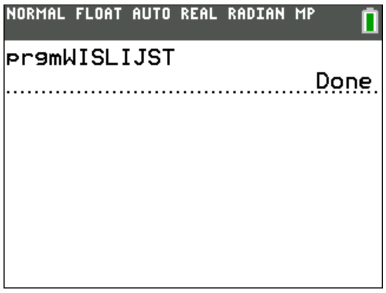
  druk ENTER en tik de programmanaam in.





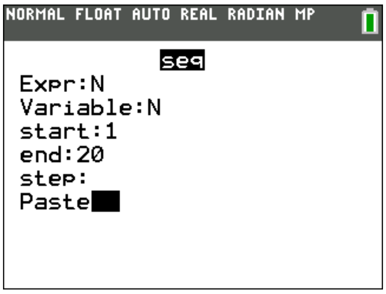
- Tik nevenstaande code in.

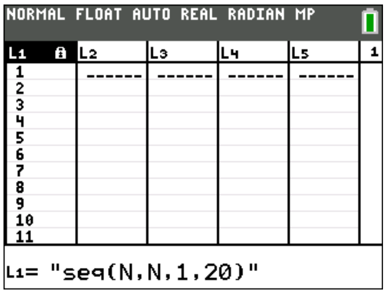
- Voer het programma “WISLIJST” uit.



3.2.2. Maak in L_1 een lijst aan met de volgnummers 1 tot 20

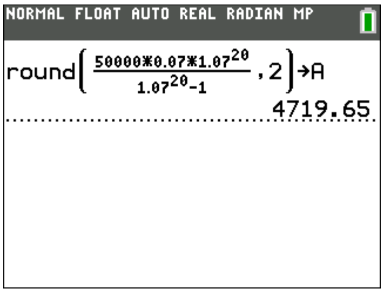
Druk , ga naar de kop van de lijst (), kies in het tabblad OPS voor 5.seq ( ) en vul de wizard in zoals hiernaast.

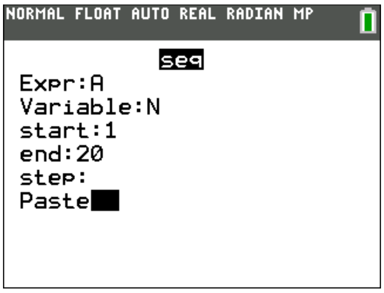


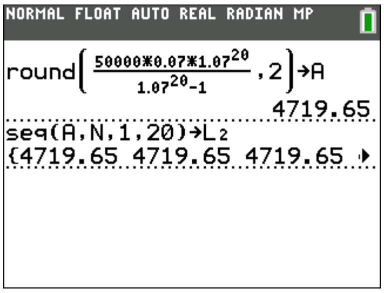


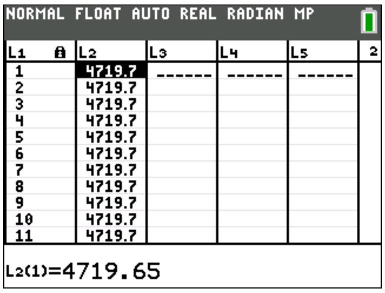
3.2.3. Bereken het termijnbedrag $a = \frac{V \cdot i \cdot u^n}{u^n - 1}$ en sla op als variabele

Bereken het termijnbedrag $a = \frac{V \cdot i \cdot u^n}{u^n - 1}$, sla dit op onder de veranderlijke A en vul L_2 met 20 keer dit bedrag.



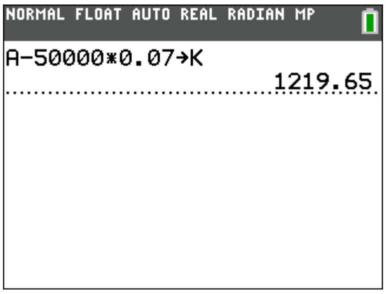




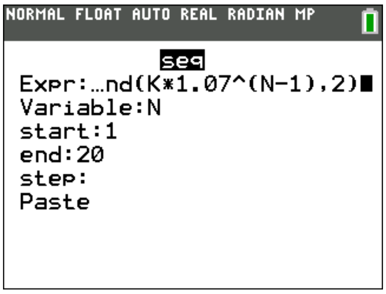


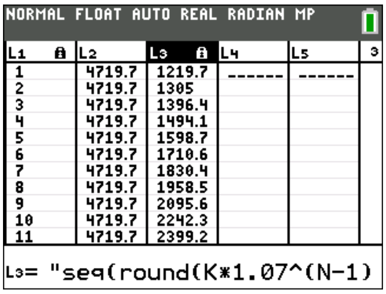
Vul L_3 met de kapitaalbestanddelen:

- Bereken het 1ste kapitaalbestandeel $k_1 = a - \underbrace{V \cdot i}_{r_1}$ en sla het op als K.



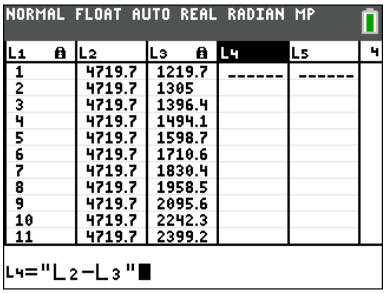
- In de kop (!) van de 3de lijst zet je de formule *seq(round(K*1.07^(N-1),2),N,1,20)*



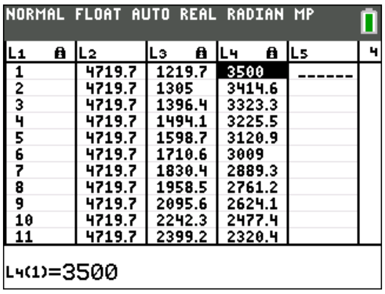


L1	L2	L3	L4	L5
1	4719.7	1219.7	------	------
2	4719.7	1305		
3	4719.7	1396.4		
4	4719.7	1494.1		
5	4719.7	1598.7		
6	4719.7	1710.6		
7	4719.7	1830.4		
8	4719.7	1958.5		
9	4719.7	2095.6		
10	4719.7	2242.3		
11	4719.7	2399.2		

In de kop van de 4de lijst: $L_2 - L_3$

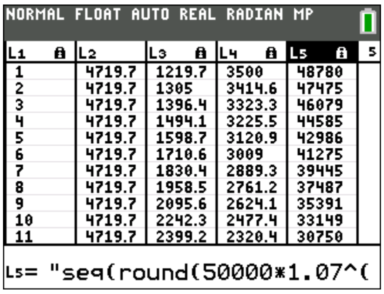


L1	L2	L3	L4	L5
1	4719.7	1219.7	------	------
2	4719.7	1305		
3	4719.7	1396.4		
4	4719.7	1494.1		
5	4719.7	1598.7		
6	4719.7	1710.6		
7	4719.7	1830.4		
8	4719.7	1958.5		
9	4719.7	2095.6		
10	4719.7	2242.3		
11	4719.7	2399.2		



L1	L2	L3	L4	L5
1	4719.7	1219.7	3500	------
2	4719.7	1305	3414.6	
3	4719.7	1396.4	3323.3	
4	4719.7	1494.1	3225.5	
5	4719.7	1598.7	3120.9	
6	4719.7	1710.6	3009	
7	4719.7	1830.4	2889.3	
8	4719.7	1958.5	2761.2	
9	4719.7	2095.6	2624.1	
10	4719.7	2242.3	2477.4	
11	4719.7	2399.2	2320.4	

In de 5de lijst: *seq(round(50000*1.07^K-A*(1.07^K-1)/0.07),2),K,1,20)*



L1	L2	L3	L4	L5
1	4719.7	1219.7	3500	48780
2	4719.7	1305	3414.6	47475
3	4719.7	1396.4	3323.3	46079
4	4719.7	1494.1	3225.5	44585
5	4719.7	1598.7	3120.9	42986
6	4719.7	1710.6	3009	41275
7	4719.7	1830.4	2889.3	39445
8	4719.7	1958.5	2761.2	37487
9	4719.7	2095.6	2624.1	35391
10	4719.7	2242.3	2477.4	33149
11	4719.7	2399.2	2320.4	30750

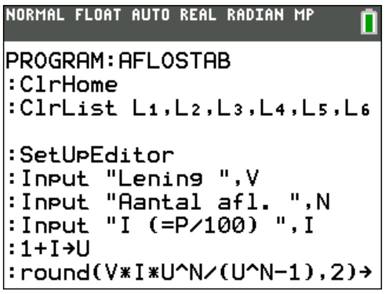
Een programma schrijven dat ineens een aflossingstabel genereert, gebruik makende van de formules, is niet eens zo moeilijk. We kunnen het de leerlingen zelfs als taak meegeven bij wijze van inoefenen van de formules.

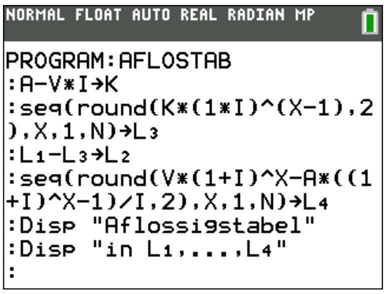
Hieronder de programmacode van zo'n programma AFLOSTAB waarbij gebruik gemaakt wordt van volgende formules:

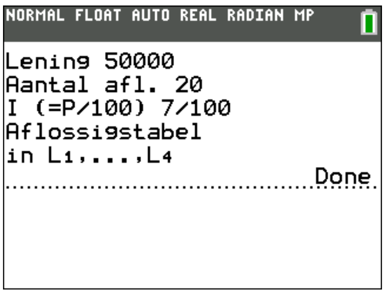
$$a = \frac{V \cdot i \cdot u^n}{u^n - 1} \qquad k_1 = a - V \cdot i$$

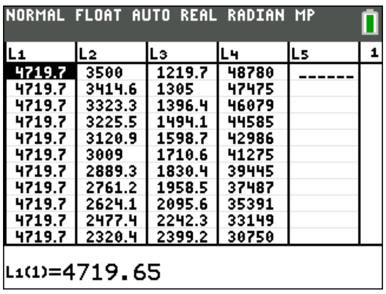
$$k_m = k_1 \cdot u^{m-1} \qquad r_m = a - k_m \qquad S_m = V \cdot u^m - \frac{a \cdot \left(u^m - 1\right)}{i}$$

```
ClrHome
ClrList
SetUpEditor
Input "Lening ",V
Input "Aantal afl. ",N
Input "I (=P/100) ",I
1+I→U
round(V*I*U^N/(U^N-1),2) →A
seq(A,X,1,N) →L1
A-V*I→K
seq(round(K*U^(X-1),2),X,1,N) →L3
L1-L3→L2
seq(round(V*(U^X-A*(U^X-1)/I,2),X,1,N) →L4
Disp "AFLOSSINGSTABEL"
Disp "IN L1,..., L4 "
```









L1	L2	L3	L4	L5
4719.7	3500	1219.7	48780	------
4719.7	3414.6	1305	47475	
4719.7	3323.3	1396.4	46079	
4719.7	3225.5	1494.1	44585	
4719.7	3120.9	1598.7	42986	
4719.7	3009	1710.6	41275	
4719.7	2889.3	1830.4	39445	
4719.7	2761.2	1958.5	37487	
4719.7	2624.1	2095.6	35391	
4719.7	2477.4	2242.3	33149	
4719.7	2320.4	2399.2	30750	

3.3. Gebruik van de financiële functies uit de TVM-Solver

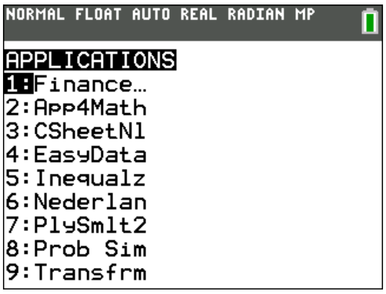
HEEL BELANGRIJK:

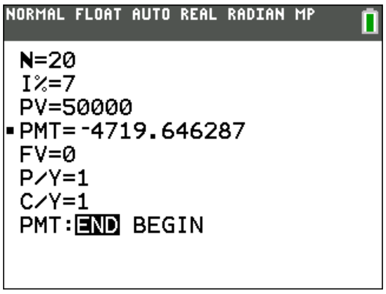
zorg dat in de TVM Solver de annuïteit ingegeven is

en het termijnbedrag berekend werd.

3.3.1. Berekening van het termijnbedrag met tvm_Pmt

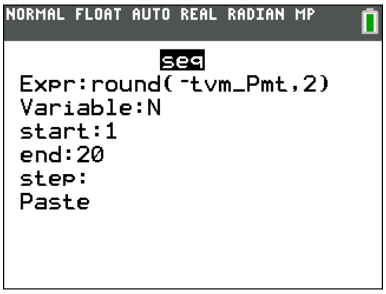
- Druk  voor de applicatie FINANCE en nogmaals  voor TVM Solver. Vul de gegevens van de lening in en laat de termijn berekenen.

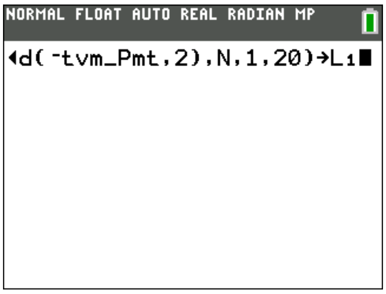


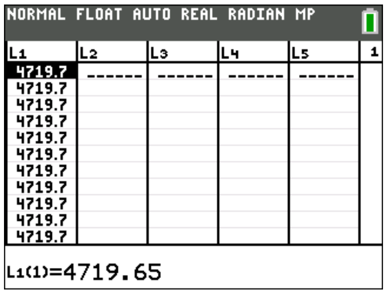


Bemerk dat de uitkomst negatief is. Dit is te wijten aan het feit dat het hier om een te betalen bedrag gaat. Eenmaal het termijnbedrag hier berekend werd, kan je het in het basisscherm opvragen door  te drukken.

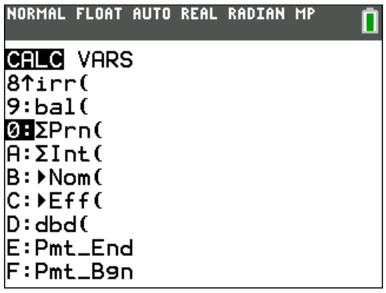
- Plaats in L_1 20 maal het termijnbedrag: seq(round(-tvm_Pmt,2),N,1,20)$\rightarrow L_1$





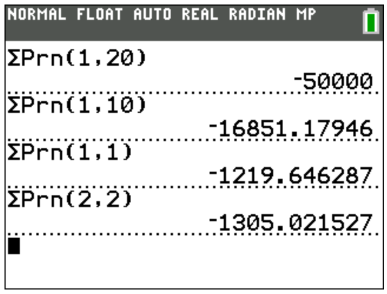


3.3.2. Berekening van de kapitaalbestanddelen met $\sum \text{prn}$



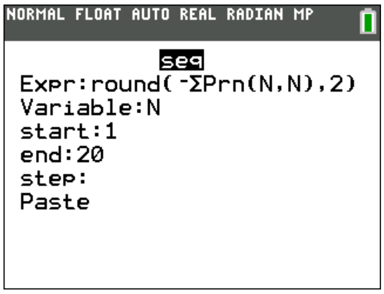
In de TVM-Solver zit de functie $\sum \text{prn}(X,Y)$.

Deze berekent hoeveel de totale kapitaalaflossing is tussen de x-de en de y-de aflossing.



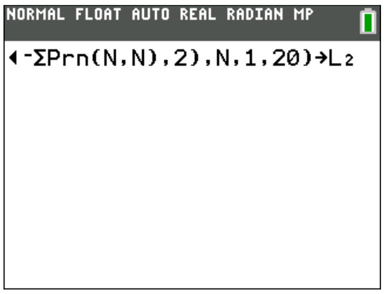
Zo berekent

- $\sum \text{prn}(1,X)$ hoeveel kapitaal er werd afgelost gedurende de eerste x aflossingen.
- $\sum \text{prn}(X,X)$ hoeveel kapitaal er werd afgelost bij de x-de aflossing.



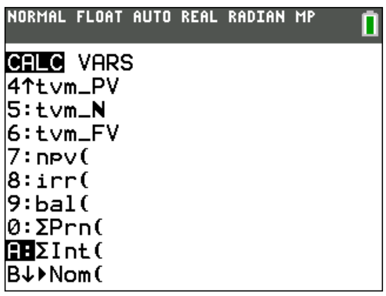
- Om de lijst met kapitaalsbestanddelen in L_2 te krijgen:

  druk  en vul de rij-wizard zoals hiernaast



- Sta je op Paste, druk dan  en sla je de rij op in L_2 ().

3.3.3. Berekening van de rentebestanddelen met $\sum \text{Int}$

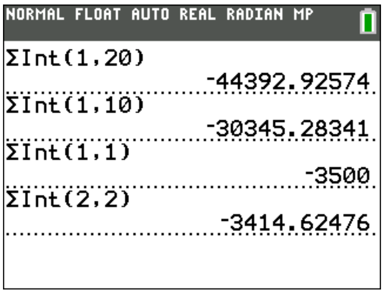


In de TVM-Solver zit de functie $\sum \text{Int}(X,Y)$.

Die berekent de betaalde intrest tussen de x-de en de y-de aflossing.

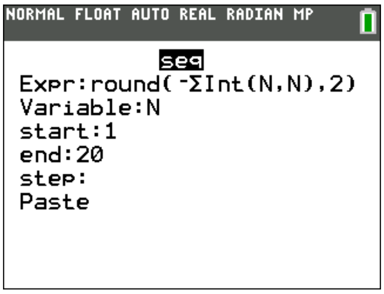
Zo berekent

- $\sum \text{Int}(1, X)$ hoeveel intrest er werd betaald gedurende de eerste x aflossingen.
- $\sum \text{Int}(X, X)$ hoeveel intrest er werd betaald bij de x-de aflossing.

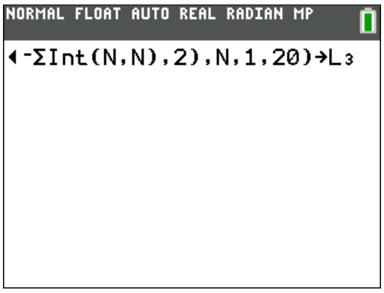


- Om nu de volledige lijst met kapitaalsbestanddelen in L_3 te krijgen, ga je als volgt te werk.

  Druk 2ND STAT ▶ 5 en vul de rij-wizard zoals hiernaast.

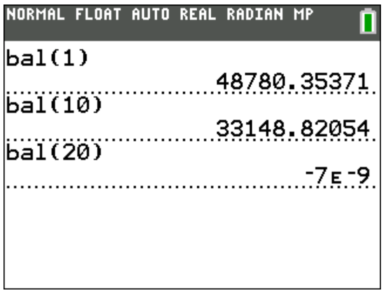


- Sta je op Paste, druk dan ENTER en sla je de rij op in L_2 (STO▶ 2ND 3 ENTER).



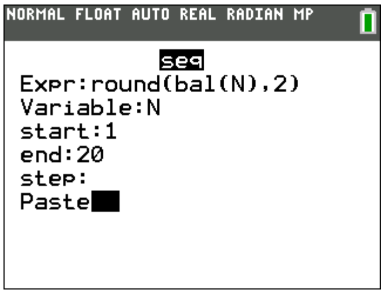
3.3.4. Berekening van de schuldsaldi met bal

In de TVM-Solver zit de functie $\text{bal}(X)$ die berekent wat het schuldsaldo is na de x-de aflossing.

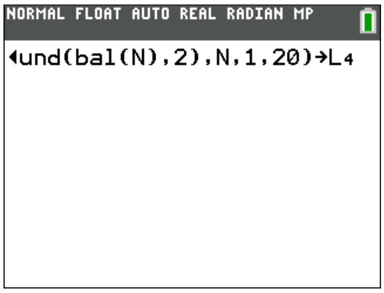


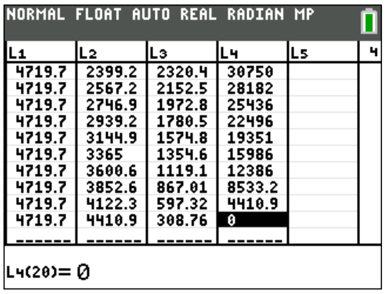
- Om nu de volledige lijst met kapitaalsbestanddelen in L_4 te krijgen, ga je als volgt te werk.

  Druk 2ND STAT ▶ 5 en vul de rij-wizard zoals hiernaast.



- Sta je op Paste, druk dan  en sla de rij op in L_2 ().

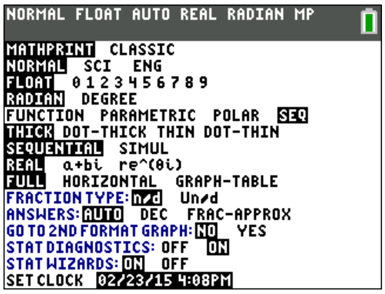




L1	L2	L3	L4	L5
4719.7	2399.2	2320.4	30750	
4719.7	2567.2	2152.5	28182	
4719.7	2746.9	1972.8	25436	
4719.7	2939.2	1780.5	22496	
4719.7	3144.9	1574.8	19351	
4719.7	3365	1354.6	15986	
4719.7	3600.6	1119.1	12386	
4719.7	3852.6	867.01	8533.2	
4719.7	4122.3	597.32	4410.9	
4719.7	4410.9	308.76	0	

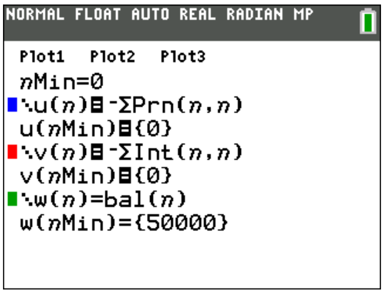
L4(20)= 0

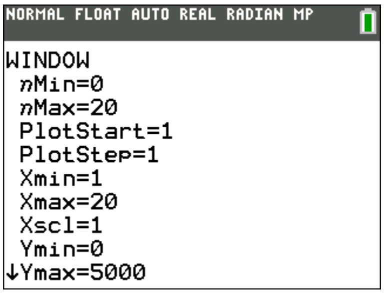
3.4. Grafische voorstelling lening

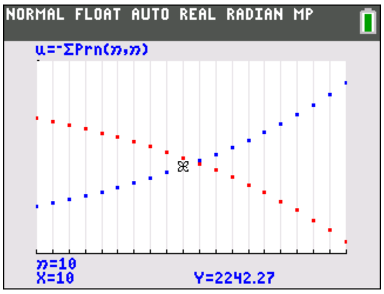


Voor een grafische illustratie kan je gebruik maken van de **rijmodus** van je rekentoestel.

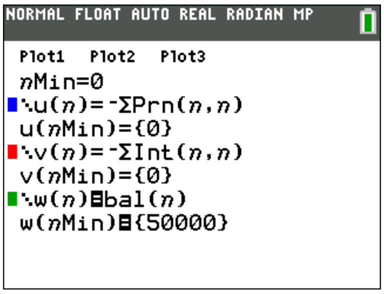
Voorstelling van kapitaal- en rentebestanddeel.

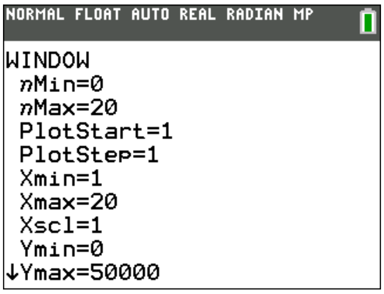


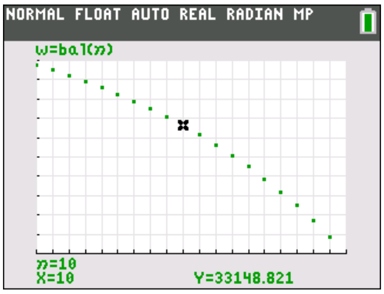




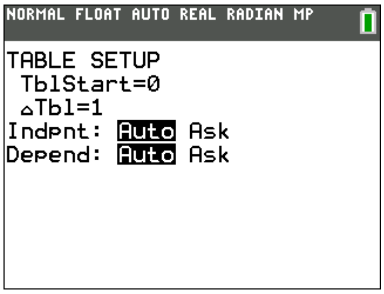
Voorstelling van de schuldsaldi.





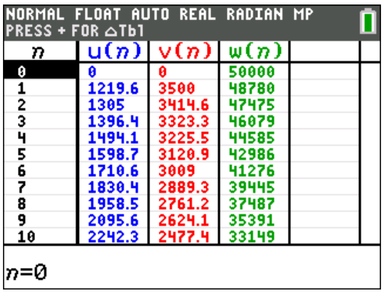


Heb je de rijen van de kapitaalbestanddelen, de rentebestanddelen en de schuldsaldi gedefinieerd, dan kan je die ook gebruiken om een schuldaflossingstabel te genereren via TABLE.



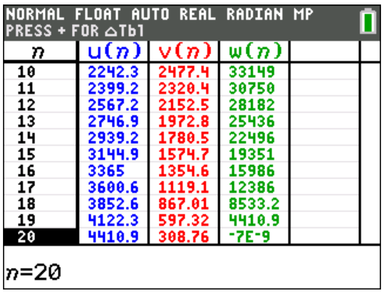
Eerst kies je je tabelinstellingen ()

Vervolgens genereer je je aflossingstabel door  te drukken.


NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP
PRESS + FOR ΔTbl

n	u(n)	v(n)	w(n)
0	0	0	50000
1	1219.6	3500	48780
2	1305	3414.6	47475
3	1396.4	3323.3	46079
4	1494.1	3225.5	44585
5	1598.7	3120.9	42986
6	1710.6	3009	41276
7	1830.4	2889.3	39445
8	1958.5	2761.2	37487
9	2095.6	2624.1	35391
10	2242.3	2477.4	33149

n=0

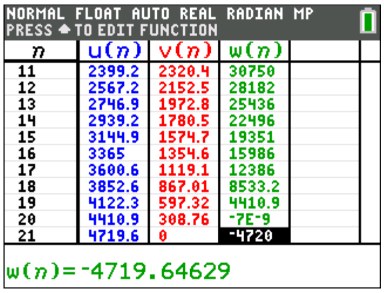

NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP
PRESS + FOR ΔTbl

n	u(n)	v(n)	w(n)
10	2242.3	2477.4	33149
11	2399.2	2320.4	30750
12	2567.2	2152.5	28182
13	2746.9	1972.8	25436
14	2939.2	1780.5	22496
15	3144.9	1574.7	19351
16	3365	1354.6	15986
17	3600.6	1119.1	12386
18	3852.6	867.01	8533.2
19	4122.3	597.32	4410.9
20	4410.9	308.76	-7E-9

n=20

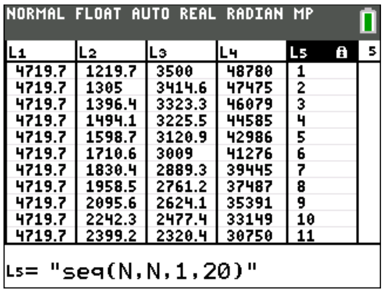
Nadeel is dat je hier je geen kolom hebt met je termijnbedrag en vermits je hoogstens 3 rijen tegelijkertijd kunt definiëren, is er ook geen mogelijkheid daaraan te verhelpen.

Wil je toch je termijnbedrag zien dan kun je altijd eens naar de resultaten voor n=21 kijken.

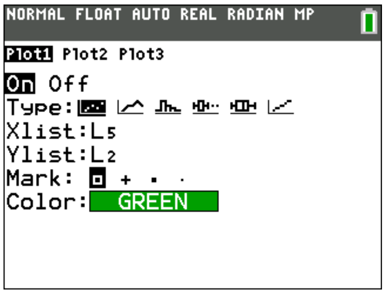


Als je een aflossingstabel met de lijsten L_1, L_2, L_3, L_4 hebt, dan kan je ook een grafische voorstel maken met behulp van **statistische plots**.

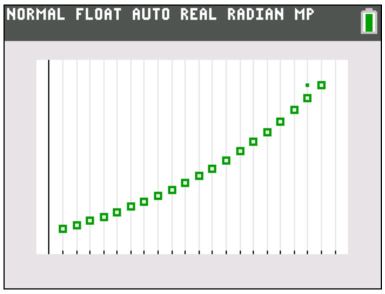
Maar dan moet je nog een lijst (L_5) met volgnummers aanmaken.

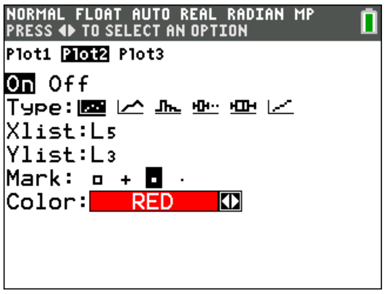


Wil je een voorstelling van de kapitaalbestanddelen: kies bij Plot1 voor een puntenwolk () en voer bij Xlist: L_5 in en bij Ylist: L_2 .



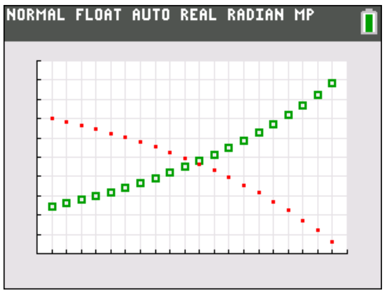
Voor een gepast venster gebruik ZoomFit ().

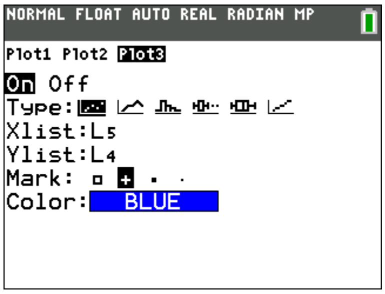


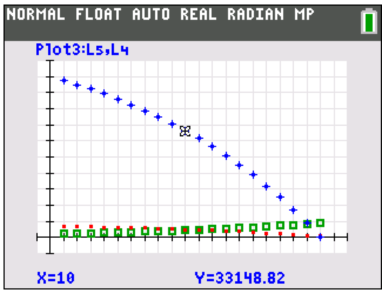


Wil je een voorstelling van de rentebestanddelen:

kies bij Plot2 voor een puntenwolk () en voer bij Xlist: L_5 in en bij Ylist: L_3 .







Wil je een <u>voorstelling van de schuldsaldi</u>:

kies bij Plot3 voor een puntenwolk ( ) en voer bij Xlist: L_5 in en bij Ylist: L_4 .

Voor een gepast venster gebruik ZoomFit ( ).

Eenmaal de leerlingen aangetoond hebben zelf een aflossingstabel te kunnen opstellen zonder ICT-middelen kunnen we bijvoorbeeld het grafische rekentoestel aanwenden om toepassingen als leningen met variabele rentevoet en het samenbrengen van een nog lopende lening en een nieuwe lening te behandelen.

I) Joke en Joris hebben 10 jaar geleden een hypothecaire lening van 125000 euro afgesloten met constante maandelijkse termeindbedragen en een looptijd van 25 jaar. De variabele rentevoet (in een systeem van 5-5-5) bedroeg 6,15%.
   a) Bereken het maandelijkse termijnbedrag.
   b) Hoeveel intrest en hoeveel kapitaalsaflossing betaalden ze bij de 100ste afbetaling?
   c) Onlangs kregen ze bericht dat de rentevoet zakte tot 4,85%. Bereken het nieuwe termijnbedrag.

II) De familie Claisters betaalt een hypothecaire lening af bij een bank van 85500 euro. De looptijd is 25 jaar en de rentevoet 7,35%. Momenteel hebben ze al 17 jaar en 7 maanden afbetaald. Wegens verbouwingswerken hebben zij 75000 euro nodig. Hiervoor zouden zij een nieuwe lening aangaan over 15 jaar aan 4,85% die niet alleen het nu benodigde bedrag voor de verbouwing omvat, maar ook het schuldsaldo van de nog lopende lening. De bank rekent voor deze operatie een herbeleggingvergoeding aan van vier maanden tegen het oorspronkelijke rentetarief.
   a) Wat is het uiteindelijke bedrag van de nieuwe lening?
   b) Wat is het **maandelijkse termijnbedrag** dat ze voor het afbetalen van deze nieuwe lening zouden moeten betalen?

BIJLAGE

PROGRAMMA FINANC OM ZELF IN TE TIKKEN OF NAAR EIGEN IDEEËN AAN TE PASSEN:

```
Lbl 0
Menu("Financiele Wiskunde","Enkelv Int",1,"Sameng Int",2,"An annuiteit",3,"Ao annuiteit",4,"Stop",5)
Lbl 1
Menu("Enkelv Int","Intrest",A,"Kapitaal",B,"Rentevoet",C,"Periodes",D,"Stop",0)
Lbl 2
Menu("Sameng Int","Eindkap",G,"Beginkap",H,"Rentevoet",I,"Periodes",J,"Reele rentev",K,"Stop",0)
Lbl 3
Menu("Eindw. Annuiteit","Eindwaarde",N,"Per. Storting",O,"Periodes",P,"Rentevoet",Q,"Stop",0)
Lbl 4
Menu("Beginw. Annuiteit","Beginwaarde",T,"Per. Storting",U,"Periodes",V,"Rentevoet",W,"Stop",0)
Lbl 5
Stop
Lbl A
Input "k=   ",P
Input "i=   ",A
A/100→R
Input "n=   ",T
rondAf(P*R*T,4) →I
Toon "I ="
Pauze I
Goto 1
Lbl B
Input "I    =",I
Input "i    =",A
A/100→R
Input "n    =",T
rondAf(I/(R*T),4) →P
Toon "k    ="
Pauze P
Goto 1
Lbl C
Input "k    =",P
Input "I    =",I
Input "n    =",T
I/(P*T)*100→R
Toon "i   ="
Pauze R
Goto 1
Lbl D
Input "k    =",P
Input "I    =",I
Input "i    =",A
A/100→R
rondAf(I/(P*R),4) →T
Toon "n    ="
Pauze T
Goto 1
Lbl G
Input "k    =",P
Input "i    =",B
B/100→I
Input "n    =",N
rondAf(P*(1+I)^N,4) →A
Toon "Kn    ="
Pauze A
Goto 2
Lbl H
Input "Kn   =",A
```

```
Input "i   =",B
B/100→I
Input "n   =",N
rondAf(A/(1+I)^N,4) →P
Toon "k   ="
Pauze P
Goto 2
Lbl I
Input "k   =",P
Input "Kn  =",A
Input "n   =",N
(N ˣ√ (A/P)-1)*100→I
Toon "i   ="
Pauze I
Goto 2
Lbl J
Input "k   =",P
Input "Kn  =",A
Input "i   =",B
B/100→I
rondAf(ln(A/P)/ln(1+I),4) →N
Toon "n    ="
Pauze N
Goto 2
Lbl K
Input "i / periode=",I
Input "Periodes/jaar=",M
((1+I/100)^M-1)*100→R
Toon "Reele rentevoet="
Pauze R
Goto 2
Lbl N
Input "a   =",A
Input "i   =",B
B/100→I
Input "n   =",N
rondAf(A*((1+I)^N-1)/I,4) →F
Toon "An  ="
Pauze F
Goto 3
Lbl O
Input "An  =",F
Input "i   =",B
B/100→I
Input "n   =",N
rondAf(F*I/((1+I)^N-1),4) →A
Toon "a   ="
Pauze A
Goto 3
Lbl P
Input "a   =",A
Input "An  =",F
Input "i   =",B
B/100→I
rondAf(ln(1+F*I/A)/ln(1+I),4) → N
Toon "n   ="
Pauze N
Goto 3
Lbl Q
Input "a   =",A
Input "An  =",F
Input "n   =",N
losOp(((1+I)^N-1)/I-F/A,I, N ˣ√  (F/A)-1)*100→I
```

```
Toon "i   ="
Pauze I
Goto 3
Lbl T
Input "a   =",A
Input "i   =",B
B/100→I
Input "n   =",N
rondAf(A*(1-(1+I)^-N)/I,4) →P
Toon "Ao="
Pauze P
Goto 4
Lbl U
Input "Ao=",P
Input "i   =",B
B/100→I
Input "n   =",N
rondAf(P*I/(1-(1+I)^-N),4) →A
Toon "a   ="
Pauze A
Goto 4
Lbl V
Input "Ao=",P
Input "a   =",A
Input "i   =",B
B/100→I
rondAf(-ln(1-P*I/A)/ln(1+I),4) →N
Toon "n   ="
Pauze N
Goto 4
Lbl W
Input "Ao=",P
Input "a   =",A
Input "n   =",N
losOp((1-(1+I)^(-N))/I-P/A,I,A*N/P-1)*100→I
Toon "i   ="
Pauze I
Goto 4
```

FINANCIËLE ALGEBRA MET TI-NSPIRE

1. VERGELIJKINGEN OPLOSSEN

Als je herhaaldelijk eenzelfde formule moeten gebruiken is een in notities gedefinieerde functie een handig hulpmiddel.

1.1. De intrest bij enkelvoudige intrest $I = k \cdot i \cdot n$

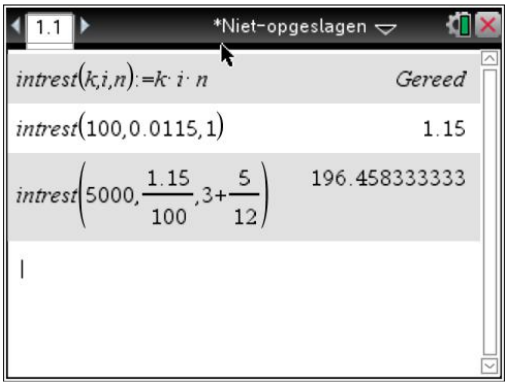
1.1.1. Intrest definiëren in rekenmachinetoepassing

Open in een nieuw document een rekenmachine-toepassing (ctrl N 1)

Om een functie te definiëren volstaat het

- achter de naam van de functie de gebruikte variabelen te vermelden

en achter **:=** het functievoorschrift te vermelden.



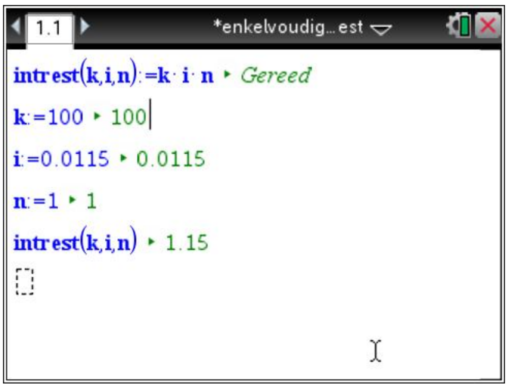
1.1.2. Intrest definiëren in notitietoepassing

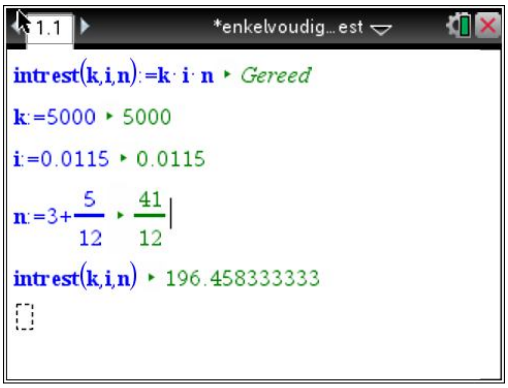
Open in een nieuw document een notitie-toepassing (ctrl N 6) en definieer (met ":=" in een wiskundevak (menu 3 1) de functie intrest [$\text{intrest}(k,i,n) := k \cdot i \cdot n$]

en voor de veranderlijken k, i, n de waarden 100, 0.0115, 1 .

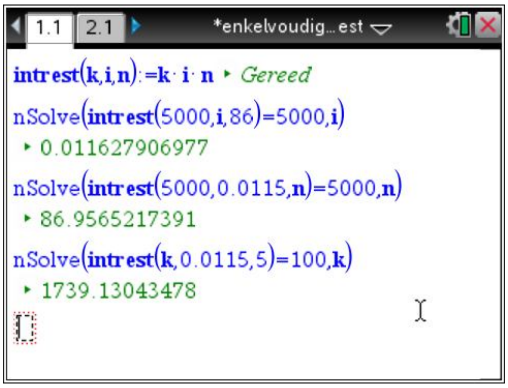
Tik vervolgens "intrest(k,i,n)" in en druk enter. Met de pijltoetsen kun je nu heel eenvoudig een van de waarden voor k, i of n aanpassen.

De nieuwe intrest wordt direct berekend.



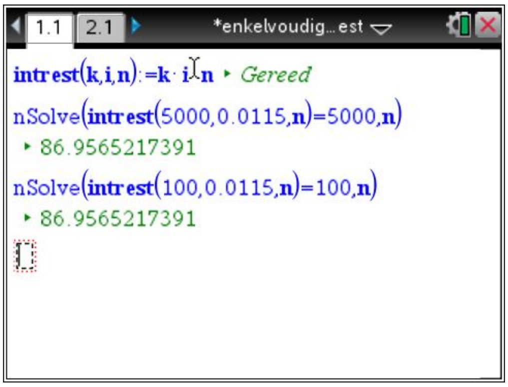


Geef je bij drie van de vier variabelen een waarde in, dan kan je de waarde van de resterende variabelen berekenen met de functie nSolve.



Hiermee kunnen de leerlingen in een handomdraai vinden dat de tijd nodig voor een kapitaalsverdubbeling (intrest = kapitaal) bij enkelvoudige intrest alleen afhangt van de rentevoet en niet van het kapitaal.

Doe dit maar eens.



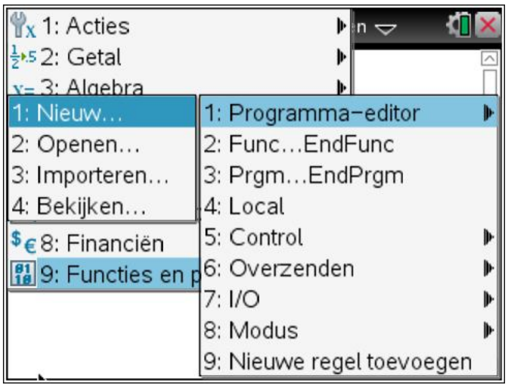
2. PROGRAMMA'S VOOR INTRESTREKENEN

2.1. Een programma voor intrestberekening

Open in een nieuw document een rekenmachine-toepassing (ctrl N 1).

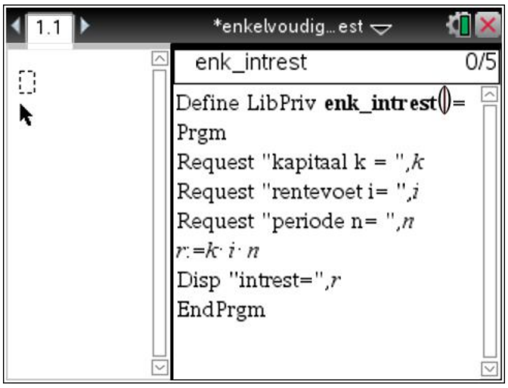
Sla je document op als "enkelvoudige intrest" (ctrl S, bestandsnaam intikken, enter).

Open de programma-editor (menu 9 1 1).

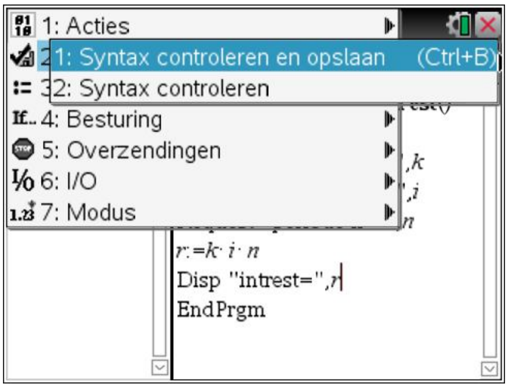


Tik de naam van het programma in (geen spaties of punt gebruiken, liggend streepje kan wel) en zet de Bibliotheektoegang op LibPriv.

Tik de programmacode in

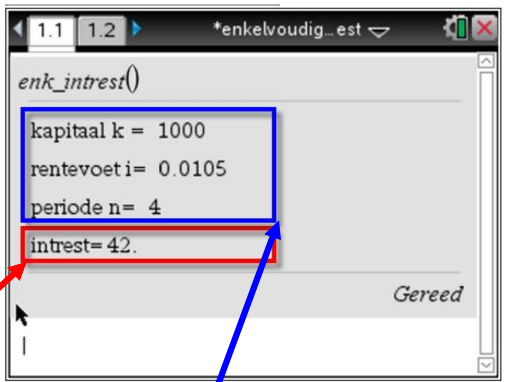


Laat de syntax controleren en het programma opslaan (menu 2 1).



Degroepeer de rekenmachinetoepassing en de programma-editor: doc 5 8.

Om het programma uit te voeren in de rekenmachinetoepassing, tik je de naam van het programma in, gevolgd door de haakjes () , druk je enter en vul je de gevraagde waarde in voor de variabelen.



Het voordeel ten opzichte van een vergelijkbaar TI-84-programma is dat bij het uitlezen van het resultaat ook alle gebruikte waarden van de parameters vermeld worden.

Je kan bij de TI-Nspire ook menu gestuurde programma's schrijven.

Een voorbeeld van dergelijk programma is *enkint()* uit het document *enkelvoudige intrest.tns* waarvan hieronder de code:

```
Define LibPub enkint()=

Prgm
:Disp "a=1  om I te berekenen"
:Disp "a=2  om k te berekenen"
:Disp "a=3  om i te berekenen"
:Disp "a=4  om n te berekenen"
:Request "a",a
:If a=1 Then
:  Request "kapitaal k =",k
:  Request "rentevoet i= ",i
:  Request "periode n= ",n
:   r:=round(k*i*n,2)
:  Disp "intrest=",r
:      ElseIf a=2 Then
:      Request "intrest I =",r
:      Request "rentevoet i= ",i
:      Request "periode n= ",n
:       k:=round(((r)/(i*n)),2)
:       Disp "kapitaal=",k
:            ElseIf a=3 Then
:            Request "kapitaal k =",k
:            Request "intrest I= ",r
:            Request "periode n= ",n
:             i:=approx(((r)/(k*n)))
:             Disp "rentevoet=",i
:             Disp "              =",round(i*100,4)*"%"
:                 ElseIf a=4 Then
:                 Request "kapitaal k =",k
:                 Request "intrest I= ",r
:                 Request "rentevoet i= ",i
:                 n:=((r)/(k*i))
:                Disp "periode=",n
:   EndIf
:EndPrgm
```

2.2. Programma *enkint()*

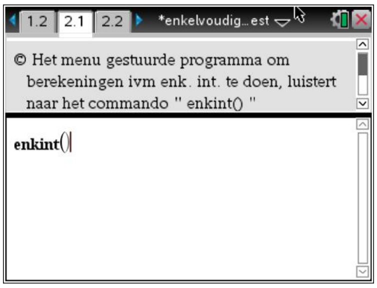
2.2.1. Intrestberekening met het programma *enkint()*

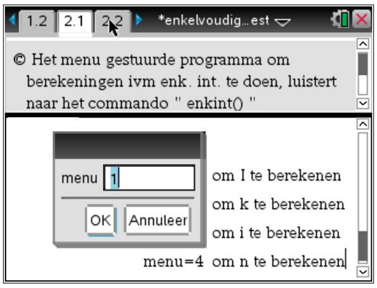
Gegeven kapitaal van €1000 aan 1,05% gedurende 1 jaar

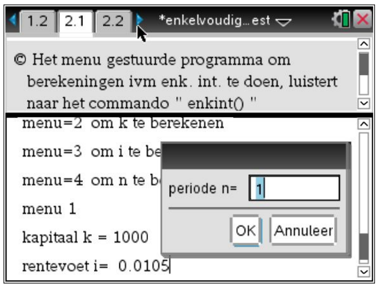
Gevraagd intrest

Oplossing

Open in het bestand "enkelvoudige intrest.tns" de tweede opgave,
tik het commando " enkint()" , kies menu=1 om de intrest te berekenen,
stel kapitaal k=1000, rentevoet i = 1.05/100, n =1 en druk **enter**.







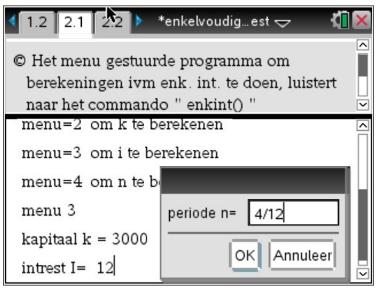
2.2.2. Rentevoet met het programma *enkint()*

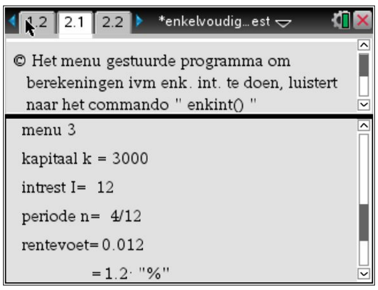
Gegeven €3 000 levert gedurende 4 maanden €12 intrest op.

Gevraagd rentevoet

Oplossing

Open in het bestand "enkelvoudige intrest.tns" de tweede opgave,
tik het commando " enkint()" , kies menu=3 om rentevoet te berekenen
stel kapitaal k=3000, intrest I=12, n =1 en druk **enter**.





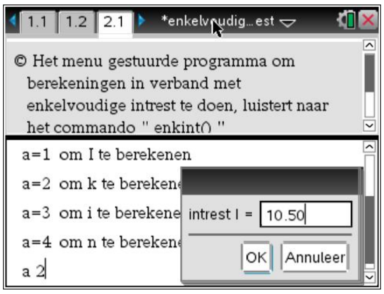
2.2.3. Kapitaal met het programma *enkint()*

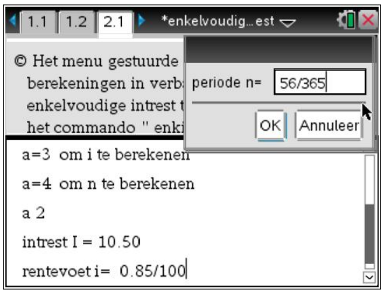
Gegeven Een som brengt na 56 dagen, tegen 0,85%, €10,50 intrest op.

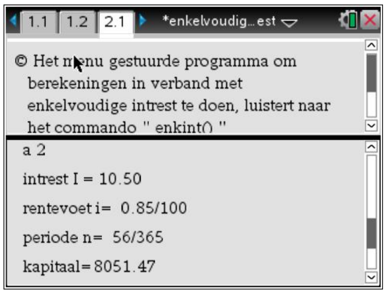
Gevraagd kapitaal

Oplossing

Open in het bestand "enkelvoudige intrest.tns" de tweede opgave,
tik het commando " enkint()" , kies menu=2 om het kapitaal te berekenen,
stel intrest I=10.50, rentevoet i=0.85/100, n=56/365 en druk **enter**.







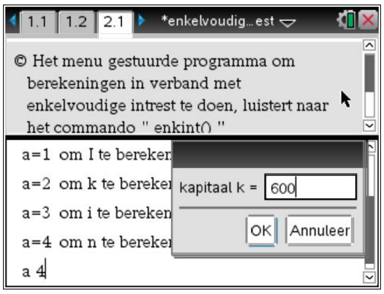
2.2.4. Periode met het programma *enkint()*

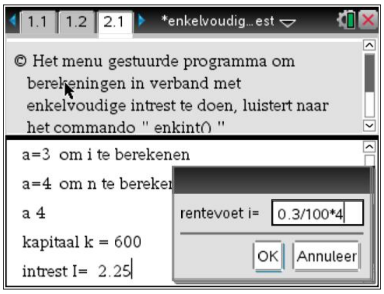
Gegeven €600 brengt €2,25 intrest op aan 0,3% per trimester.

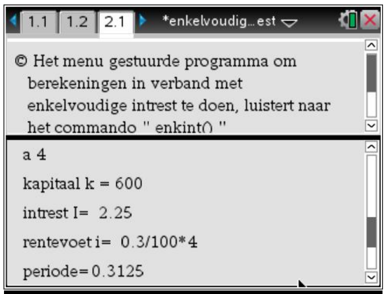
Gevraagd Hoelang stond het kapitaal uit?

Oplossing

Open in het bestand "enkelvoudige intrest.tns" de tweede opgave,
tik het commando " enkint()" , kies menu=4 om de periode te berekenen,
stel kapitaal k=600, intrest I=2.25, rentevoet i=0.3/100*4 en druk **enter**.







Dus 0,3125 jaar of 3 maanden en 23 dagen.

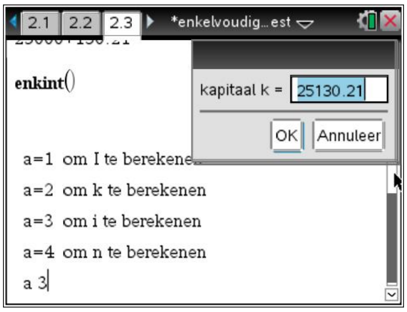
Eenmaal de leerlingen aangetoond hebben de basisformules onder de knie te hebben, kunnen met behulp van zo'n programma's opdrachten aangesneden worden die voor bepaalde leerlingen anders net iets te hoog gegrepen zijn.

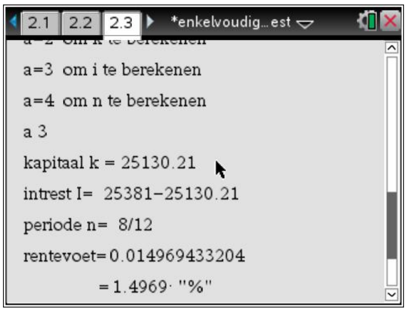
<u>Voorbeeld</u> Iemand plaatst 25 000 euro gedurende 5 maanden tegen 1,25%. Onmiddellijk daarop wordt het verkregen kapitaal herbelegd voor 8 maanden. Aan het slot van deze periode is het kapitaal aangegroeid tot 25831 euro.

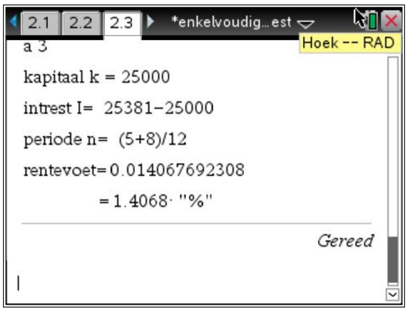
- Wat is de rentevoet van de resterende 8 maanden?
- Wat is de gemiddelde rentevoet voor de totale beleggingsduur?

Bereken eerst het kapitaal na 5 maanden door de intrest voor 5 maanden te berekenen.

Het kapitaal na 5 maanden is dus 25130,21. Vermits de eindwaarde nog eens 8 maanden later 25381 is, is de intrest gelijk aan het verschil (kunnen we zo intikken in het programma). Bereken nu de jaarlijkse rentevoet.
Op analoge manier bereken je de gemiddelde rentevoet.







Probeer nu eens door het kopiëren van de programmacode naar een nieuw document en het aanpassen van die code een menugestuurd programma te schrijven voor samengestelde intrest.

De aan te wenden formules:

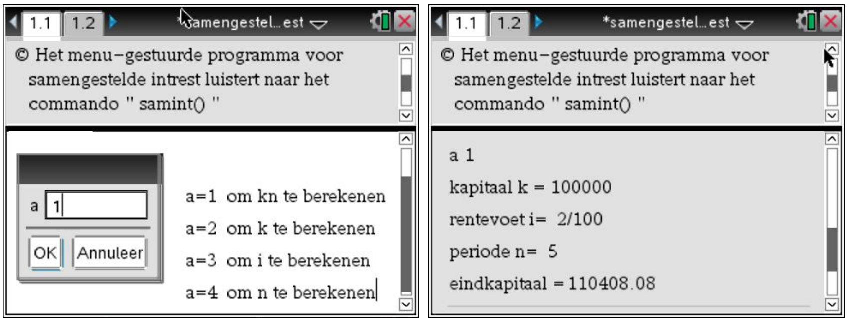
$$k_n = k \cdot (1+i)^n \qquad k = \frac{k_n}{(1+i)^n}$$

$$i = \sqrt[n]{\frac{k_n}{k}} - 1 \qquad n = {}^{1+i}\log\left(\frac{k_n}{k}\right)$$

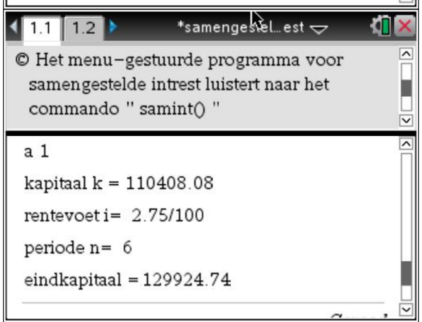
Een moeilijker opdracht :

Een persoon plaatst 100000 euro voor 14 jaar tegen samengestelde intrest.
De eerste 5 jaar tegen 2%, de volgende 6 jaar tegen 2,75%. Tegen welk procent werd gedurende de laatste periode belegd als hij na de volle periode over 141352.90 euro beschikt?

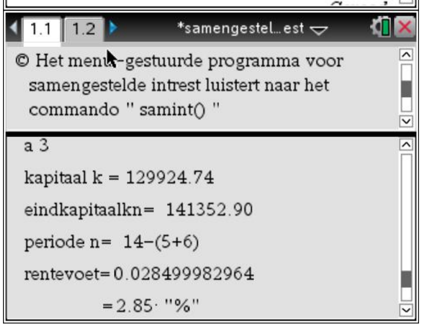
Bepaal het eindkapitaal na 5 jaar SI aan 2%



Bepaal de waarde van het kapitaal €110408.08 na 6 jaar SI aan 2,75%



Bepaal de rentevoet die zorgt dat het kapitaal van €129924,74 in het resterende aantal jaar aangroeit tot €141352,90.



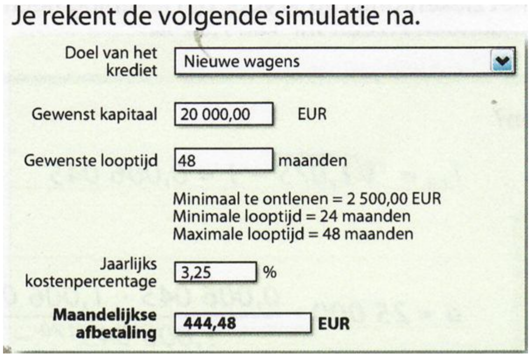
Probeer zelf volgende opgaven

Een kapitaal van 1 miljoen euro wordt belegd gedurende 15 jaar. De eerste 10 jaar bedraagt de rentevoet 1,65%.

a) Welke rentevoet wordt gehanteerd voor de resterende periode als de eindwaarde 1300393,20 euro bedraagt?
b) Wat is de gemiddelde rentevoet voor de totale periode?

Een beginnend zakenman heeft de volgende schulden bij een financiële instelling: 2 miljoen te betalen over 4jaar; 4 miljoen te betalen over 5 jaar en 2 maanden en 3 miljoen te betalen over 8 jaar en 9 maanden. Hij wil alle schulden binnen 6 jaar ineens terugbetalen. Met welk bedrag zal dit zijn als de financiële instelling 4% per jaar aanrekent?

2.3. Berekening JKP bij consumentenkrediet


Je rekent de volgende simulatie na.

Doel van het krediet: Nieuwe wagens

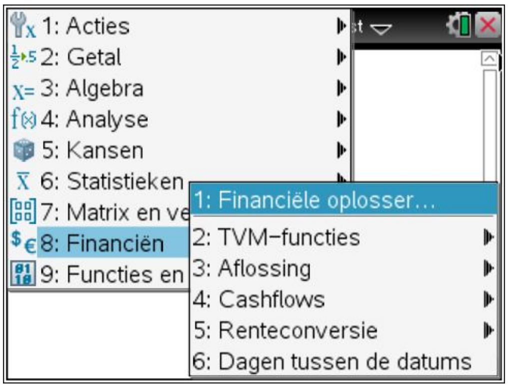
Gewenst kapitaal: 20 000,00 EUR

Gewenste looptijd: 48 maanden

Minimaal te ontlenen = 2 500,00 EUR
Minimale looptijd = 24 maanden
Maximale looptijd = 48 maanden

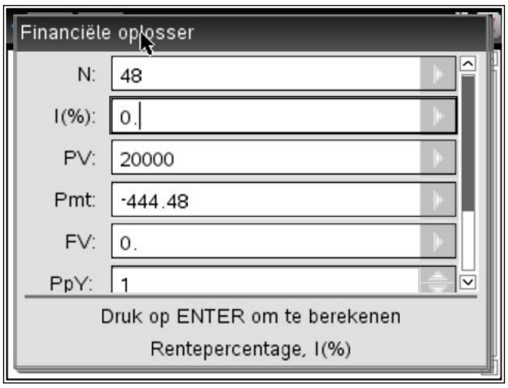
Jaarlijks kostenpercentage: 3,25 %

Maandelijkse afbetaling: **444,48** **EUR**

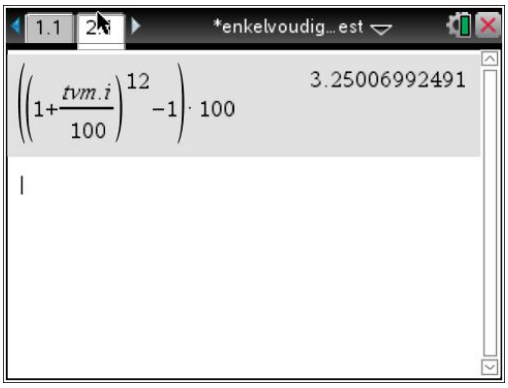


Een consumentenkrediet is een annuïteit dus kun je in een rekenmachine-toepassing (ctrl I 1) de TVM-Solver gebruiken: menu 8 1.

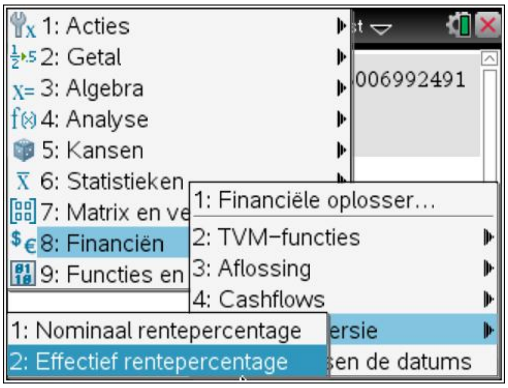
Een eerste mogelijkheid is dat je met de TVM Solver van de annuïteit de maandelijkse rentevoet bepaalt en hieruit de reële rentevoet.



In de rekenmachine toepassing haal je de berekende maandelijkse rentevoet binnen als tvm.i via variabelen (var).

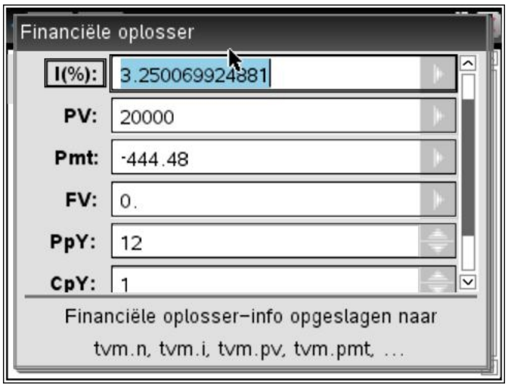


Opmerking: voor de berekening van de reële rentevoet kun je ook gebruik maken van de functie ▶ Eff(nominale, aantal kapitalisaties) die een reële rentevoet berekent voor een gegeven nominale en de aard van de gegeven kapitalisatie: menu 8 5 2



Een tweede mogelijkheid

is de reële rentevoet meteen te berekenen in de TVM Solver

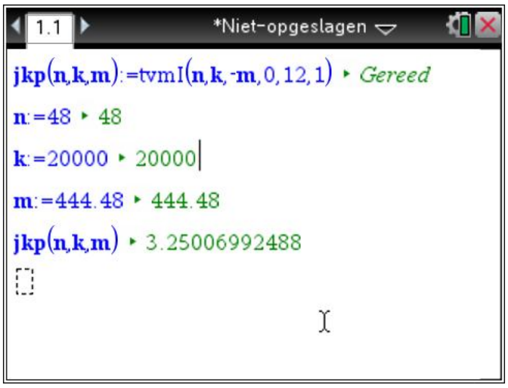


Geef je onder N **het aantal maanden** in en onder PMT het **maandelijkse** termijnbedrag dan bekom je bij I% de **jaarlijkse** rentevoet door **PpY/Y=12** en **CpY/Y=**1 te stellen.

Definieer je onderstaande functie in een notitie-toepassing, dan kan je in een handomdraai een JKP bepalen door de waarden van n, k of m te veranderen en zo verschillende kredieten met elkaar te vergelijken.

```
jkp(n,k,m) = tvmI(n,k,-m,Ø,12,1)
```

met $\begin{cases} n = \text{aantal maanden} \\ k = \text{bedrag van het krediet} \\ m = \text{de mensualiteit} \\ jkp = \text{het jaarlijks kostenpercentage in \%} \end{cases}$



Wat zijn de jaarlijkse kostenpercentages bij onderstaande leningsvormen?

Zo zijn er nog tal van formules in die zich voor deze werkwijze lenen.

2.4. Zelf aan de slag

- de eindwaarde bij enkelvoudige intrest $K = k \cdot (1 + i \cdot n)$
- de eindwaarde bij samengestelde intrest in $k_n = k \cdot (1 + i)^n$

2.5. In het rood gaan komt je duur te staan

Probleemstelling

Als laatste jaar student ben ik voor €2151 in het rood komen te staan. Nu ik mijn eigen boterham verdien, zal ik mijn rekening aanzuiveren door maandelijkse € 75 te storten.

Mijn bank gebruikt voor mijn kredietkaart een maandelijkse rentevoet 1,05% Elke maand boven het limietbedrag €1875 kost me €31.25 per maand extra.

Hoelang zal het duren vooraleer ik onder de €1875 in het rood sta en hoelang zal het duren vooraleer zo mijn rekening aangezuiverd is?

Wat zal het me kosten?

1ste manier van oplossen

Iedere maand ontstaat een schuld (N) die berekend wordt uit de schuld van de vorige maand

De situatie na 1 maand:

$$N = 2151 + 1,05\% \text{ van } 2151 + 31,25 - 75$$
$$= 2151 + 0,0105.2151 + 31.25 - 75$$
$$N = 2151.(1 + 0,0105) + 31.25 - 75$$
$$= 2151.1,0105 - 43,75$$
$$= 2129,8355$$

De situatie na 2 maand:

$$N = 2129,8355 + 1,05\% \text{ van } 2129,8355 + 31,25 - 75$$
$$N = 2129,8355.1,0105 - 43,75$$
$$= 2108,448773$$

De situatie na 3 maand:

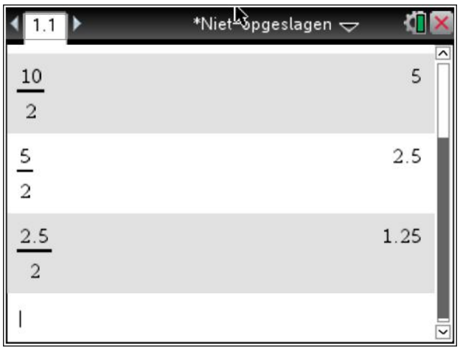
$$N = 2108,448773 + 1,05\% \text{ van } 2108,448773 + 31,25 - 75$$

$$N = 2108,448773.1,0105 - 43,75$$
$$= \quad . \; . \; .$$

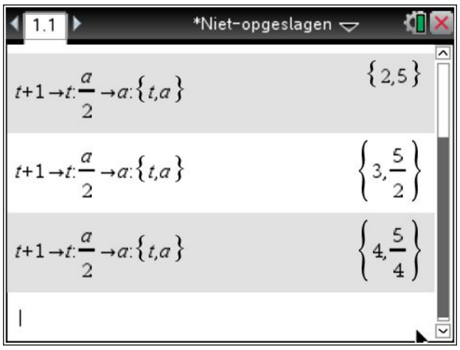
Bemerk dat de manier van berekenen telkens weer dezelfde is:

Nieuwe schuld = Oude schuld . 1,0105-43.75

In de rekenmachinetoepassing kan je een bewerking blijven herhalen op het getal dat in ANS opgeslagen is door enter te drukken.

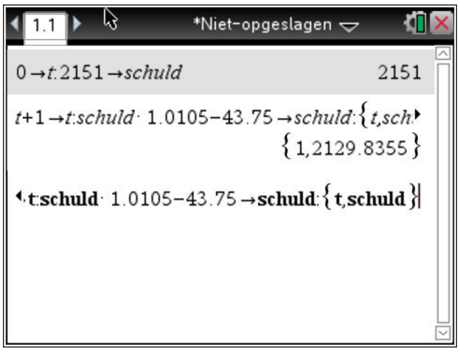


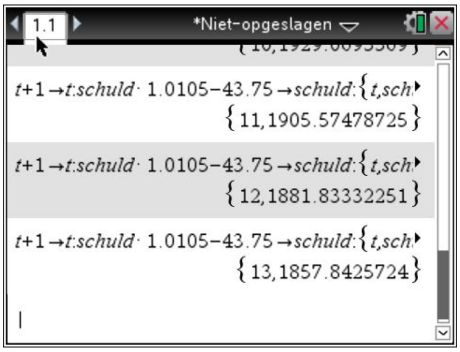
Als je wil weten hoeveel maal je uiteindelijk gedeeld hebt door 2, zal je dit ofwel zelf moeten tellen ofwel een teller bijhouden op je rekentoestel.



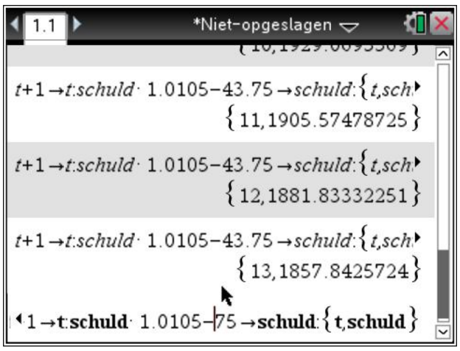
Deze mogelijkheid kan je gebruiken om op een vlugge manier de evolutie van de maandelijkse situatie te bekijken en van zodra je ziet dat de schuld onder de 1875 komt, schakel je naar een nieuwe formule over omdat dan het bedrag €31,25 niet meer bij mijn schuld komt.

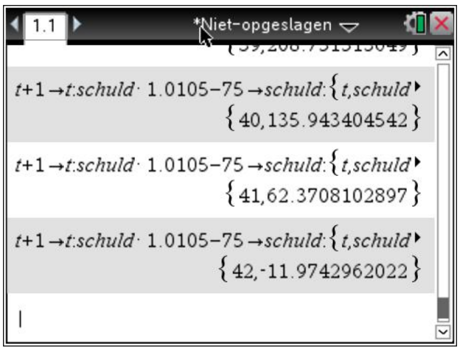
Nieuwe schuld = Oude schuld . 1,0105-43,75





vanaf nu wordt de schuld berekend als **oude schuld . 1,0105-75**



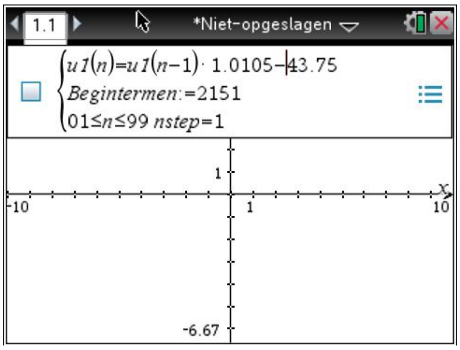


Het duurt 42 maanden vooraleer de schuld €2151 afgelost is en het kost €3556,25.

<u>2de manier van oplossen</u>

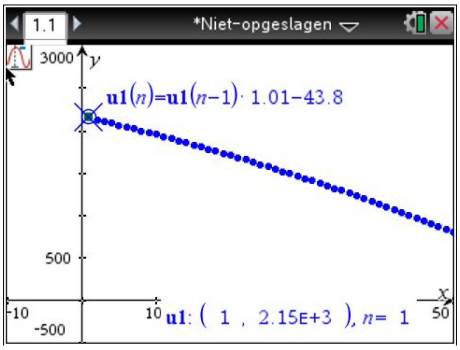
n	schuld na n maanden		
0	2151		u(0)
1	2151.1,0105 – 43,75 u(0) * 1.0105 – 43.75	2129,8355	u(1)
2	2129,8355.1,0105-43,75 u(1) * 1.0105 – 43.75	2108,4488	u(2)
	. . .		
	u(n – 1) * 1.0105 – 43.75		**u(n)**

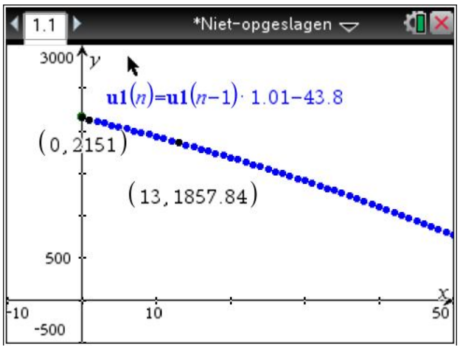
Je opent een grafiektoepassing (ctrl I 2) en kiest voor de invoering van een rij (menu 3 6 1).



LET OP :
$1 \leq n \leq 99$ wordt gewijzigd in $0 \leq n \leq 99$

Ook de vensterinstellingen pas je geschikt aan.
Via spoor (menu 5 1) kun je de evolutie van de schuld volgen.

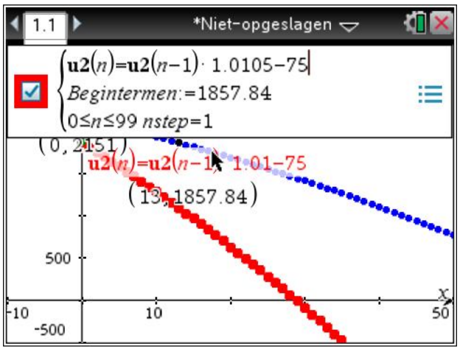


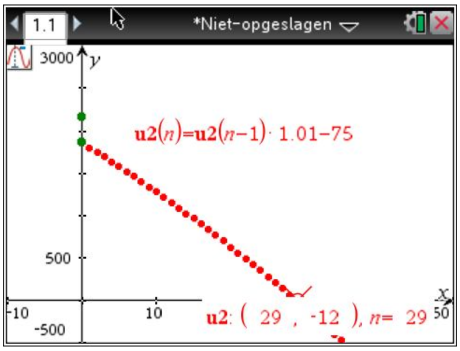


Na 13 maanden ziet de schuldaflossing er anders uit:

13		1857,8426 <1875	v(0)
14	1857,8426.1,0105-75 v(0) * 1.0105 – 75	1802,3499	v(1)
15	182,3499.1,0105-75 v(1) * 1.0105 – 75	1746,2746	v(2)
	. . .		
	v (n – 1) * 1.0105 – 75		**v (n)**
	. . .		
42		-11,9743<0	

Na 13 maanden is de schuld kleiner dan 1875 en pas je het voorschrift van de rij aan. Je drukt (ctrl G), vult bij u2 onderstaande in.





Het duurt dus nu nog eens 29 maanden (dus €2175 gestort) vooraleer de schuld volledig weggewerkt is.

De totale duur komt daarmee op 42 maanden (3 jaar en 6 maand) en er werd dus €3150 betaald om een schuld van €2151 weg te werken

Pas deze manier van werken aan voor andere situaties.

- Hoelang duurt het voor het gegeven voorbeeld als je maandelijks 100 euro kunt missen?
- Je wil een schuld af te lossen van €4500 en zal elke maand €200 storten bij de bank. De bank rekent je een intrest op de uitstaande schuld aan tegen een maandelijkse rentevoet van 0,75%. Tevens moet je maandelijks 0,5% intrest bijbetalen zolang je schuld boven €2500 staat.
  Hoelang duurt het voor je onder het kaskrediet van €2500 komt?
  Hoelang duurt het voor je schuld geheel afgelost is?

3. AFLOSSINGSTABEL MET TI-NSPIRE

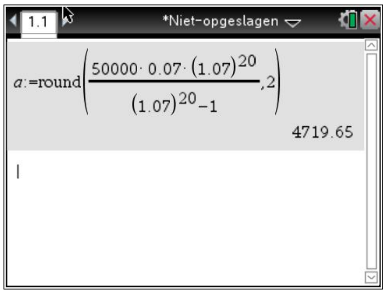
Je wenst een aflossingstabel voor een lening van 50000 euro, terug te betalen met 20 jaarlijkse constante termijnen.

De door de bank aangerekende jaarlijkse rentevoet bedraagt 7%.

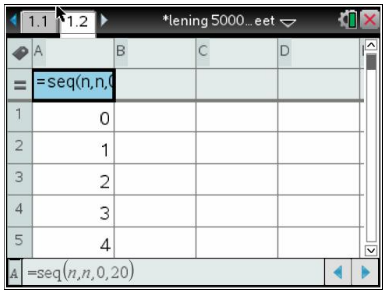
3.1. Schuldaflossing in de spreadsheettoepassing

Met de spreadsheettoepassing kan je de werking van een aflossingstabel uitleggen met de jaarlijkse opbouw van de af te betalen rente op de uitstaande schuld, het restdeel van het termijnbedrag dat gebruikt wordt om de schuld af te bouwen en zodoende de nieuwe uitstaande schuld. Vooraf:

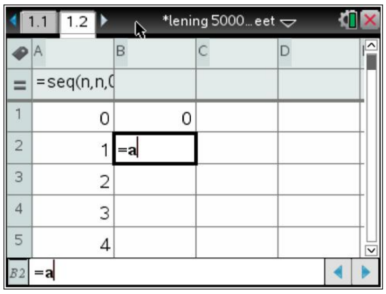
Open in een nieuw document een rekenmachinetoepassing (ctrl N 1) , bereken het termijnbedrag $a = \dfrac{V \cdot i \cdot u^n}{u^n - 1}$ en sla dit op onder de veranderlijke a.



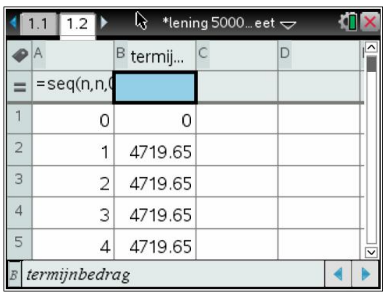
Voeg een spreadsheettoepassing toe (ctrl I 4).
In kolom A zet je de volgnummers 0 tot en met 20 door een rij te definiëren: =seq(n,n,0,20)

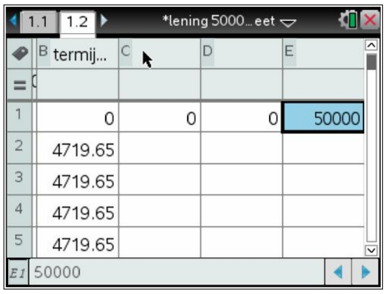


In de tweede kolom zet je in b1 gewoon 0 en in b2 de formule =*a* (de variabele waar je het termijnbedrag hebt opgeslagen).



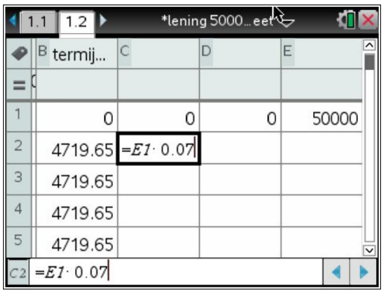
Voer je cel b2 door (menu 3 3) en geef deze kolom de naam *termijnbedrag*.

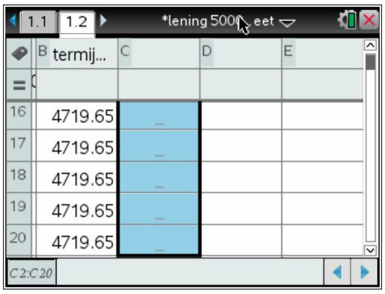




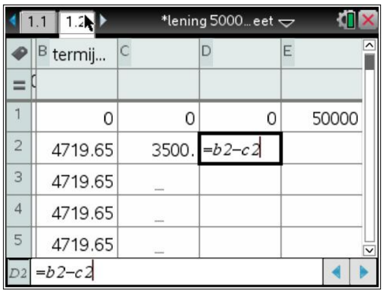
In de derde kolom en vierde kolom is de eerste cel eveneens gelijk aan nul maar in e1 komt de oorspronkelijke schuld (50000).

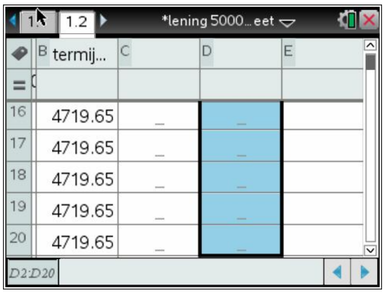
In C2 bereken je het eerste rentebestanddeel als de uitstaande schuld vermenigvuldigd met de rentevoet (*=round(e1*0.07,2)*). Vervolgens kopieer je deze formule naar beneden. Voorlopig zullen al de cellen waarin de formule gekopieerd werd, nog niet bestaan en dit wordt getoond door middel van een streepje (-).

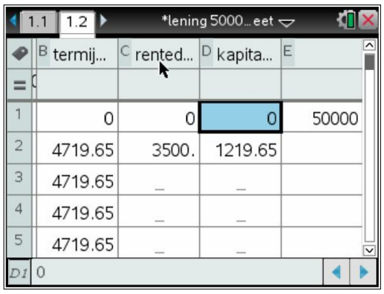




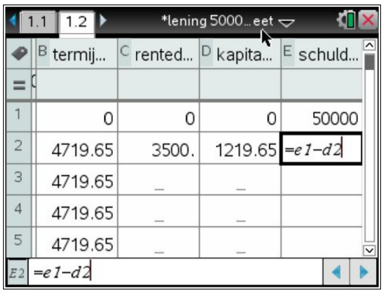
In D2 bereken je het eerste kapitaalbestanddeel als het termijnbedrag vermindert met het rentebestanddeel. (*=b2-c2*).
Vervolgens kopieer je deze formule naar beneden.

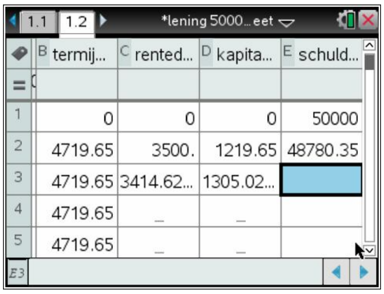


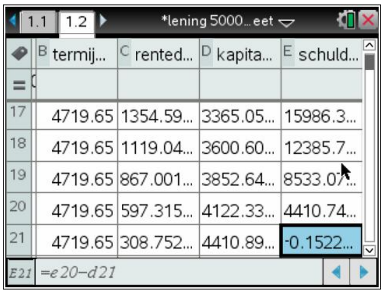




Bereken in E2 de uitstaande schuld na de eerste kapitaalaflossing (=e1-d2).
Voer de formule door naar beneden. Na deze laatste kopieeropdracht zullen ineens ook alle andere waarden aangepast zijn en is een volledige aflossingstabel zichtbaar.







Werk je met de computersoftware in de computervoorstelling, dan krijg je een overzichtelijke aflossingstabel.

	A	B termijnbedrag	C rentedeel	D kapitaaldeel	E schuldsaldi
=	=seq(n,n,(				
1	0	0	0	0	50000
2	1	4719.65	3500.	1219.65	48780.35
3	2	4719.65	3414.62	1305.03	47475.32
4	3	4719.65	3323.27	1396.38	46078.94
5	4	4719.65	3225.53	1494.12	44584.82
6	5	4719.65	3120.94	1598.71	42986.11
7	6	4719.65	3009.03	1710.62	41275.49
8	7	4719.65	2889.28	1830.37	39445.12
9	8	4719.65	2761.16	1958.49	37486.63
10	9	4719.65	2624.06	2095.59	35391.04
11	10	4719.65	2477.37	2242.28	33148.76
12	11	4719.65	2320.41	2399.24	30749.52
13	12	4719.65	2152.47	2567.18	28182.34
14	13	4719.65	1972.76	2746.89	25435.45
15	14	4719.65	1780.48	2939.17	22496.28
16	15	4719.65	1574.74	3144.91	19351.37
17	16	4719.65	1354.6	3365.05	15986.32
18	17	4719.65	1119.04	3600.61	12385.71
19	18	4719.65	867.	3852.65	8533.06
20	19	4719.65	597.31	4122.34	4410.72
21	20	4719.65	308.75	4410.9	-0.18

E1 50000

Het stugge doorvoeren van de inhoud van cellen in de applicatie CSheetNl van de TI-84 is hier niet aan de orde.

Aflossingstabellen voor maandelijks afgeloste leningen zijn hier dan ook geen probleem.

3.2. Met de formules werken

Wil je de formulekennis bij de leerlingen aanscherpen, dan verdient deze werkwijze de voorkeur. Vooraf:

Open in een nieuwe opgave een spreadsheettoepassing (doc 4 4)

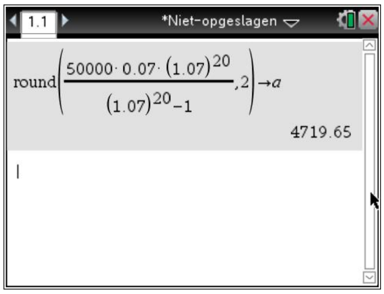
3.2.1. Vul kolom A met de volgnummers 1 tot 20

Voorzie kolom a van de naam *volgnummer*.

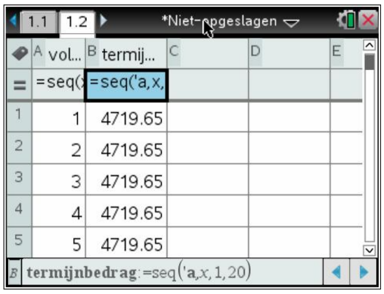
Tik in het formulevak van de kolom: *=seq (n,n,1,20)*

3.2.2. Vul kolom B met een rij termijnbedragen

Bereken in een rekenmachinetoepassing het termijnbedrag, sla dit op onder de veranderlijke a.

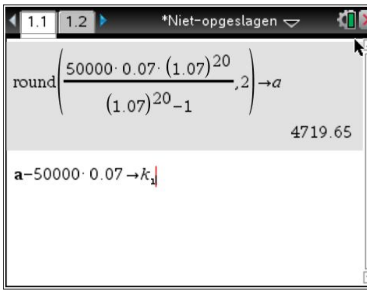


Noem kolom B *termijnbedrag* en vul de formule = seq(a,x,1,n) in

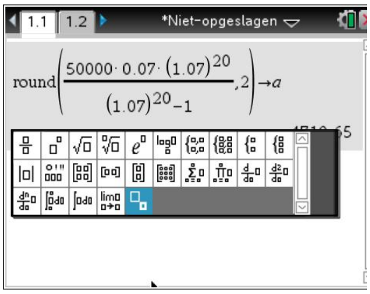


3.2.3. Vul kolom C met de kapitaalbestanddelen

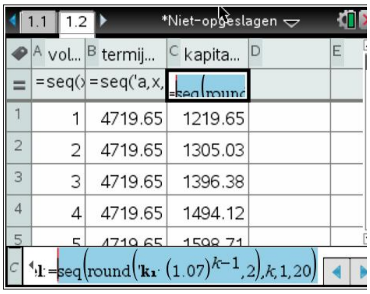
- Bereken in de rekenmachinetoepassing het eerste kapitaalbestandeel $a - \underbrace{50000 \cdot 0.07}_{r_1}$ en sla het op onder de variabele k_1.



  Om een index te typen, tik je en kies je het laatste sjabloon

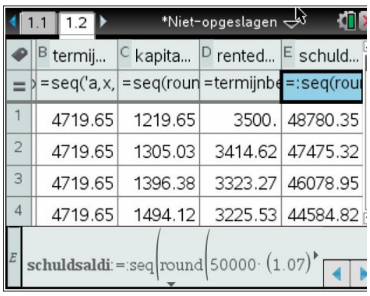


- Noem kolom C *kapitaaldeel* en vul de formule $= seq\left(round\left(k_1 \cdot 1.07 \wedge (k-1), 2\right), k, 1, 20\right)$ in

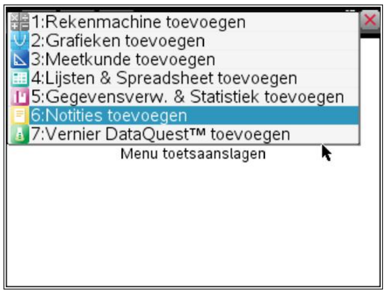


- Noem kolom D *rentedeel* en vul de formule *=termijnbedrag-kapitaaldeel* in

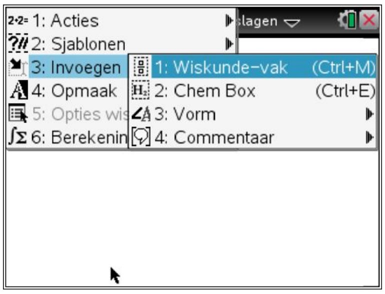
- Noem kolom E *schuldsaldi* en vul de formule $seq\left(round\left(50000 \cdot 1.07 \wedge k - a \cdot \left(1.07 \wedge k - 1\right) / 0.07, 2\right)\right)$ in

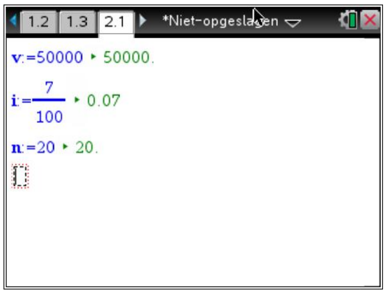


Om een aflossingstabel te maken bij een willekeurige lening kun je in een notitietoepassing werken: ctrl N 6

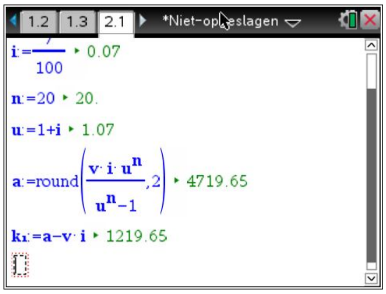


- Definieer in een wiskundevak () de waarde van v, i en n.





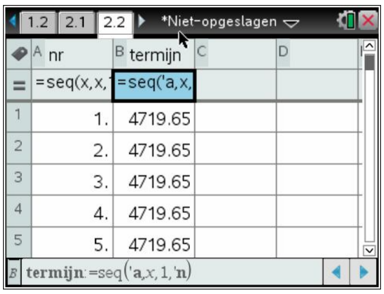
- Bereken u, het termijnbedrag a en het eerste kapitaalbestanddeel k_1



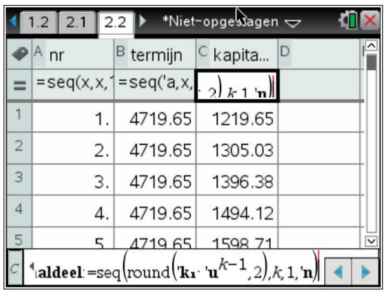
In een spreadsheettoepassing (ctrl I 4):

- noem je kolom A *nr* en vul je de formule $=seq(x,x,1,n)$ in

- noem je kolom B *termijn* en vul je de formule $=seq(a,x,1,n)$ in.

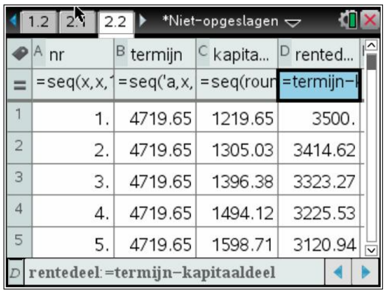


- noem je kolom C *kapitaaldeel* en vul je de formule $=seq\left(round\left(k_1 \cdot u \wedge (k-1),2\right),k,1,n\right)$ in.



- noem je kolom D *rentedeel* en vul je de formule

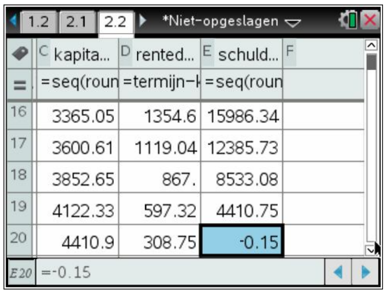
  $= termijn - kapitaaldeel$ in.



	A nr	B termijn	C kapita...	D rented...
=	=seq(x,x,1	=seq('a,x,	=seq(roun	=termijn−k
1	1.	4719.65	1219.65	3500.
2	2.	4719.65	1305.03	3414.62
3	3.	4719.65	1396.38	3323.27
4	4.	4719.65	1494.12	3225.53
5	5.	4719.65	1598.71	3120.94

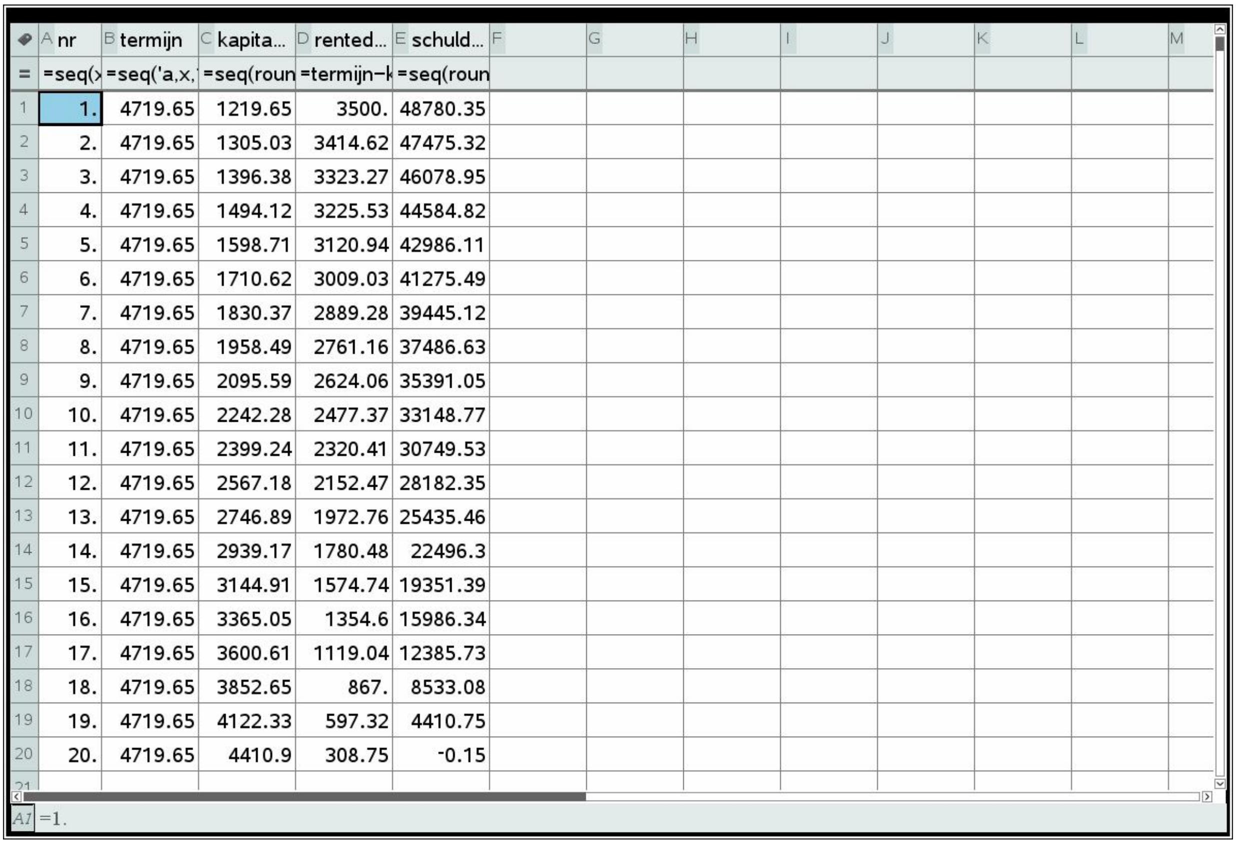
- noem je kolom E *schuldsaldi* en vul je de formule

  $= seq(round\left(v * u \wedge k - a * \left(u \wedge k - 1\right) / i, 2\right), k, 1, n)$



	C kapita...	D rented...	E schuld...	F
=	=seq(roun	=termijn−k	=seq(roun	
16	3365.05	1354.6	15986.34	
17	3600.61	1119.04	12385.73	
18	3852.65	867.	8533.08	
19	4122.33	597.32	4410.75	
20	4410.9	308.75	-0.15	

Werk je met de computersoftware in de computerweergave, dan krijg je een overzichtelijke aflossingstabel .



	A nr	B termijn	C kapita...	D rented...	E schuld...	F	G	H	I	J	K	L	M
=	=seq(x	=seq('a,x,	=seq(roun	=termijn−k	=seq(roun								
1	1.	4719.65	1219.65	3500.	48780.35								
2	2.	4719.65	1305.03	3414.62	47475.32								
3	3.	4719.65	1396.38	3323.27	46078.95								
4	4.	4719.65	1494.12	3225.53	44584.82								
5	5.	4719.65	1598.71	3120.94	42986.11								
6	6.	4719.65	1710.62	3009.03	41275.49								
7	7.	4719.65	1830.37	2889.28	39445.12								
8	8.	4719.65	1958.49	2761.16	37486.63								
9	9.	4719.65	2095.59	2624.06	35391.05								
10	10.	4719.65	2242.28	2477.37	33148.77								
11	11.	4719.65	2399.24	2320.41	30749.53								
12	12.	4719.65	2567.18	2152.47	28182.35								
13	13.	4719.65	2746.89	1972.76	25435.46								
14	14.	4719.65	2939.17	1780.48	22496.3								
15	15.	4719.65	3144.91	1574.74	19351.39								
16	16.	4719.65	3365.05	1354.6	15986.34								
17	17.	4719.65	3600.61	1119.04	12385.73								
18	18.	4719.65	3852.65	867.	8533.08								
19	19.	4719.65	4122.33	597.32	4410.75								
20	20.	4719.65	4410.9	308.75	-0.15								

Het voordeel van in een notitietoepassing te werken is dat je zonder problemen de gegevens van de lening verandert.

Bekijk een lening van 30000 euro over 15 jaar aan 5,65%.

$v:=30000 \ ▸ \ 30000.$

$i:=\frac{5.65}{100} \ ▸ \ 0.0565$

$n:=15 \ ▸ \ 15.$

$u:=1+i \ ▸ \ 1.0565$

$a:=\text{round}\left(\frac{v\cdot i\cdot u^{n}}{u^{n}-1},2\right) \ ▸ \ 3018.63$

$k_1:=a-v\cdot i \ ▸ \ 1323.63$

	A nr	B termijn	C kapita...	D rented...	E schuld...	F	G	H	I	J	K	L	M
=	=seq(x	=seq('a,x,	=seq(roun	=termijn−k	=seq(roun								
1	1.	3018.63	1323.63	1695.	28676.37								
2	2.	3018.63	1398.42	1620.21	27277.95								
3	3.	3018.63	1477.43	1541.2	25800.53								
4	4.	3018.63	1560.9	1457.73	24239.63								
5	5.	3018.63	1649.09	1369.54	22590.54								
6	6.	3018.63	1742.26	1276.37	20848.27								
7	7.	3018.63	1840.7	1177.93	19007.57								
8	8.	3018.63	1944.7	1073.93	17062.87								
9	9.	3018.63	2054.58	964.05	15008.29								
10	10.	3018.63	2170.66	847.97	12837.63								
11	11.	3018.63	2293.3	725.33	10544.33								
12	12.	3018.63	2422.88	595.75	8121.45								
13	13.	3018.63	2559.77	458.86	5561.68								
14	14.	3018.63	2704.39	314.24	2857.29								
15	15.	3018.63	2857.19	161.44	0.09								
16													
17													
18													
19													
20													

A1 =1.

Bekijk een maandelijks af te lossen lening van 21399 euro over 5 jaar aan 2,15%.

$$\mathbf{v}:=21399 \blacktriangleright 21399.$$

$$\mathbf{i}:=\text{round}\left(\sqrt[12]{1+\frac{2.15}{100}}-1,6\right) \blacktriangleright 0.001774$$

$$\mathbf{n}:=5\cdot 12 \blacktriangleright 60.$$

$$\mathbf{u}:=1+\mathbf{i} \blacktriangleright 1.001774$$

$$\mathbf{a}:=\text{round}\left(\frac{\mathbf{v}\cdot \mathbf{i}\cdot \mathbf{u}^{\mathbf{n}}}{\mathbf{u}^{\mathbf{n}}-1},2\right) \blacktriangleright 376.28$$

$$\mathbf{k_1}:=\mathbf{a}-\mathbf{v}\cdot \mathbf{i} \blacktriangleright 338.318174$$

	A nr	B termijn	C kapita...	D rented...	E schuld...	F	G	H	I	J	K	L	M
=	=seq(x	=seq('a,x,	=seq(roun	=termijn−k	=seq(roun								
1	1.	376.28	338.32	37.96	21060.68								
2	2.	376.28	338.92	37.36	20721.76								
3	3.	376.28	339.52	36.76	20382.24								
4	4.	376.28	340.12	36.16	20042.12								
5	5.	376.28	340.73	35.55	19701.4								
6	6.	376.28	341.33	34.95	19360.07								
7	7.	376.28	341.94	34.34	19018.13								
8	8.	376.28	342.54	33.74	18675.59								
9	9.	376.28	343.15	33.13	18332.44								
10	10.	376.28	343.76	32.52	17988.68								
11	11.	376.28	344.37	31.91	17644.31								
12	12.	376.28	344.98	31.3	17299.34								
13	13.	376.28	345.59	30.69	16953.74								
14	14.	376.28	346.2	30.08	16607.54								
15	15.	376.28	346.82	29.46	16260.72								
16	16.	376.28	347.43	28.85	15913.29								
17	17.	376.28	348.05	28.23	15565.24								
18	18.	376.28	348.67	27.61	15216.57								
19	19.	376.28	349.29	26.99	14867.29								
20	20.	376.28	349.91	26.37	14517.38								
21	21.	376.28	350.53	25.75	14166.85								

A1 =1.

Bestand: *schuldaflossing.tns*

Wie met de computersoftware werkt om de zaken te illustreren kan ook in een **Publishview** document werken.

Zo'n document is een soort interactief tekstdocument waar TI-Nspire functionaliteit heerst.

Schuldaflossing

Bekijk een maandelijks af te lossen autolening van 21399 euro over 5 jaar aan 2,15%.

$v:=21399 \blacktriangleright 21399$

$i:=\sqrt[12]{1+\frac{2.15}{100}}-1 \blacktriangleright 0.001774250062$

$n:=5\cdot 12 \blacktriangleright 60$

$u:=1+i \blacktriangleright 1.00177425006$

$a:=\text{round}\left(\frac{v\cdot i\cdot u^n}{u^n-1},2\right) \blacktriangleright 376.29$

$k_1:=\text{round}(a-v\cdot i,2) \blacktriangleright 338.32$

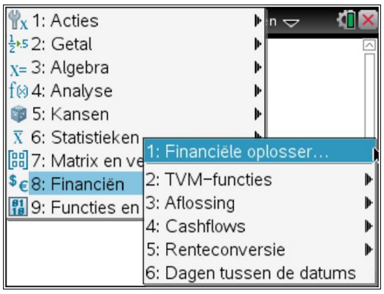
	A nr	B termijn	C kapita...	D rented...	E schuld...	F	G	H	I
=	=seq(x	=seq('a,x,	=seq(roun	=termijn−k	=seq(roun				
1	1	376.29	338.32	37.97	21060.68				
2	2	376.29	338.92	37.37	20721.75				
3	3	376.29	339.52	36.77	20382.23				
4	4	376.29	340.12	36.17	20042.1				
5	5	376.29	340.73	35.56	19701.37				
6	6	376.29	341.33	34.96	19360.04				
7	7	376.29	341.94	34.35	19018.1				
8	8	376.29	342.54	33.75	18675.55				
9	9	376.29	343.15	33.14	18332.4				
10	10	376.29	343.76	32.53	17988.63				
11	11	376.29	344.37	31.92	17644.26				
12	12	376.29	344.98	31.31	17299.27				
13	13	376.29	345.59	30.7	16953.68				

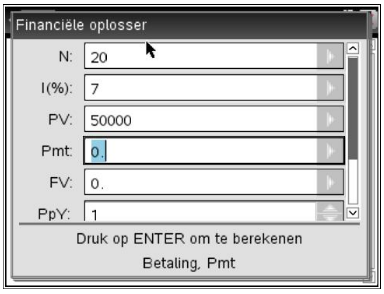
Bestand: *schuldaflossing.tnsp*

3.3. Gebruik van de financiële functies

3.3.1. Berekening termijnbedrag in de financiële oplosser

In een rekenmachinetoepassing druk je menu 8 1

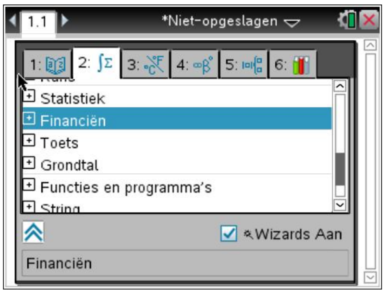




3.3.2. Berekening termijnbedrag met de functie tvm_Pmt

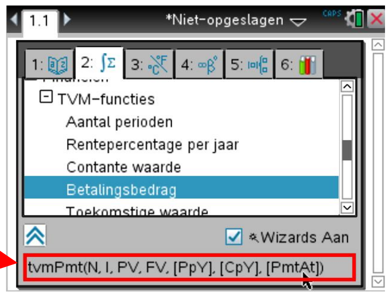
Als je deze weg volgt moet je goed weten welke argumenten bij de functie ingevuld moeten worden. Daarom is het misschien beter niet via menu 8 2 4 te gaan.

Maar in de catalogus ( ), het tweede tabblad te selecteren en de map Financiën te zoeken.



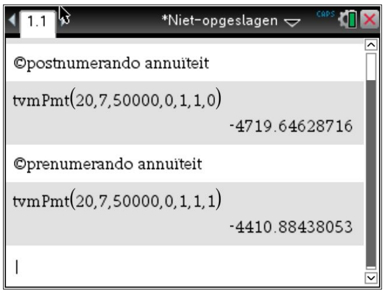
Na het openen van de map kies je in de submap TVM-functies Betalingsgedrag.

Hier zie je wat de **in te vullen parameters** zijn.



In **tvm_Pmt(N,I,PV,FV,[PpY],[CpY],[PMtAt])** zijn vooral de eerste 4 parameters een must. Vermits je van een lening de eindwaarde niet kent, vul je die in als zijnde 0.

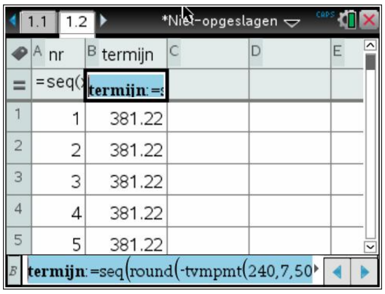
Wil je **[PMtAt]** gebruiken om te kiezen tussen een pre- of postnumerando annuïteit, dan moet je ook wel de parameters ervoor invullen.



[PpY],[CpY] zijn een must als je bijvoorbeeld met maandelijkse aflossing zit en de jaarlijkse rentevoet bij I ingevuld wordt.

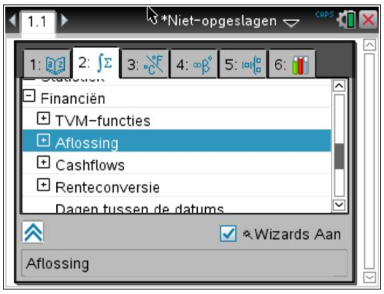
In een spreadsheet kan je deze functie ook gebruiken.
Bij een jaarlijkse rentevoet en jaarlijkse aflossingen:
=seq(round(−tvmpmt(20,7,50000,0),2),x,1,20)

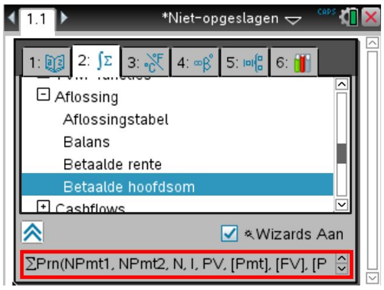
Bij een jaarlijkse rentevoet en maandelijkse aflossingen:
=seq(round(−tvmpmt(240,7,50000,0,12,1),2),x,1,240)



3.3.3. Berekening van de kapitaalbestanddelen met $\sum$prn

Selecteer in de catalogus ( ), in het tweede tabblad de map Financiën en daar in de submap Aflossing de functie betaalde hoofdsom $\sum \text{prn}$.

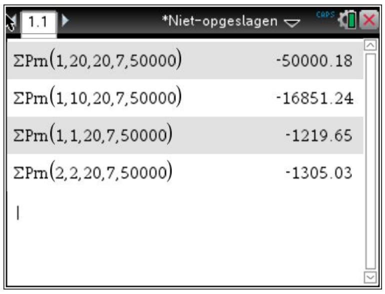




$\sum \text{prn}(\text{NPmt1}, \text{NPmt2}, N, I, PV)$ laat je toe te berekenen hoeveel je aan kapitaalaflossing gedaan hebt tussen een 1ste en een 2de aflossing. Zo berekent

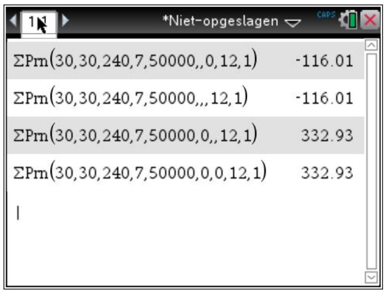
$\sum \text{prn}(1,20,20,7,50000)$ hoeveel kapitaal er werd afgelost gedurende de eerste 20 aflossingen.

$\sum \text{prn}(1,1,20,7,50000)$ hoeveel kapitaal er werd afgelost gedurende de eerste aflossing.



Als je wil werken met maandelijkse aflossingen met een gegeven jaarlijkse rentevoet vul je **voor [PMt] en [FV] niets in tussen de komma's**

(FV mag eventueel nog nul zijn maar Pmt] niet).



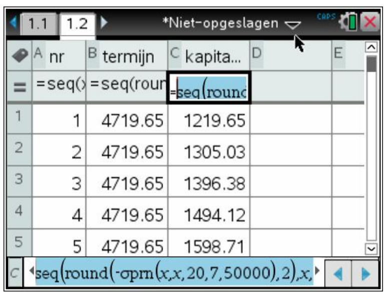
Het gemakkelijkst is dat je bij maandelijkse aflossingen de maandelijkse rentevoet berekent en doet zoals bij de jaarlijkse met jaarlijkse aflossingen.

In een spreadsheet kan je deze functie ook gebruiken.
Bij een jaarlijkse rentevoet en jaarlijkse aflossingen:

$\text{seq}(\text{round}(-\sum \text{prn}(x,x,20,7,50000),2),x,1,20)$

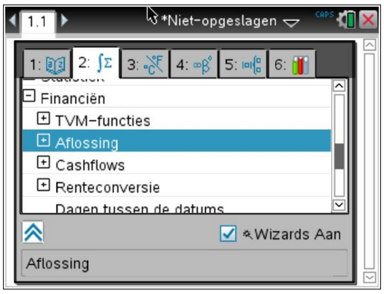
of

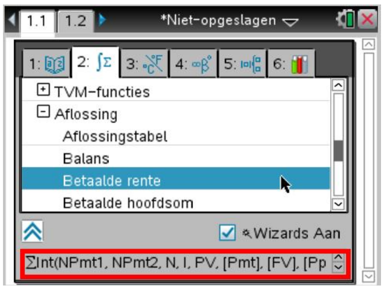
$\text{seq}(\text{round}(-\sum \text{prn}(x,x,20,7,50000,,,1,1),2),x,1,20)$



3.3.4. Berekening van de rentebestanddelen met $\sum$**int**

Selecteer in de catalogus ( ), in het tweede tabblad de map Financiën en daar in de submap Aflossing de functie betaalde rente $\sum\text{int}$.



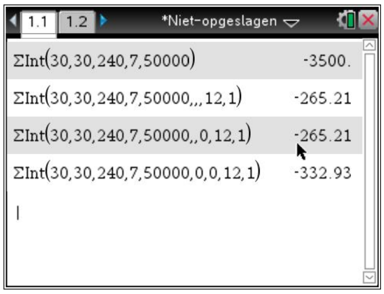


$\sum\text{int}(\text{NPmt1},\text{NPmt1},N,I,PV)$ laat je toe te berekenen hoeveel je aan rente betaald hebt tussen een 1ste en een 2de aflossing. Zo berekent

$\sum\text{int}(1,20,20,7,50000)$ hoeveel rente er betaald werd gedurende de eerste 20 aflossingen.

$\sum\text{int}(1,1,20,7,50000)$ hoeveel rente er betaald werd gedurende de eerste aflossing.

Als je hier wil werken met maandelijkse aflossingen met een gegeven jaarlijkse rentevoet vul je **voor [PMt] en [FV] niets in tussen de komma's** (FV mag eventueel nog nul zijn maar Pmt] niet).



In een spreadsheet kan je deze functie ook gebruiken.
Bij een jaarlijkse rentevoet en jaarlijkse aflossingen:

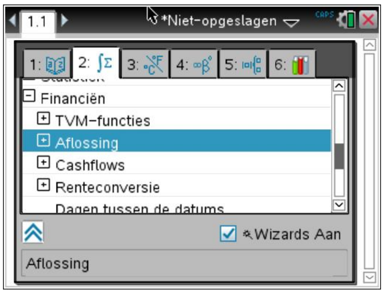
seq(round($-\sum\text{int}(x,x,20,7,50000)$,2),x,1,20)

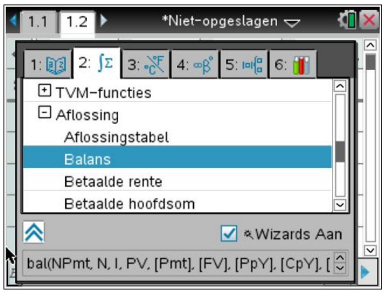
of

seq(round($-\sum\text{int}(x,x,20,7,50000,,,1,1)$,2),x,1,20)

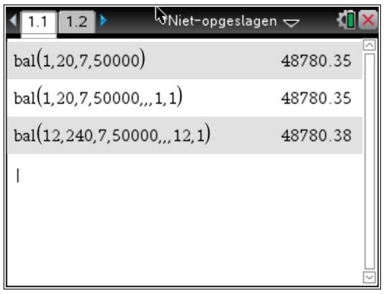
3.3.5. Berekening van de schuldsaldi met **bal**

Selecteer in de catalogus ( ), in het tweede tabblad de map Financiën en daar in de submap Aflossing de functie balans **bal**.



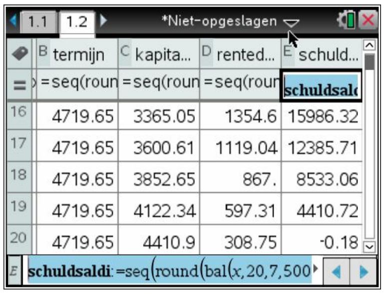


$\text{bal}(\text{NPmt}, \text{N}, \text{I}, \text{PV})$ laat je toe te berekenen hoeveel het schuldsaldo bedraagt na n aflossingen.



Als je hier wil werken met maandelijkse aflossingen met een gegeven jaarlijkse rentevoet vul je **voor [PMt] en [FV] niets in tussen de komma’s** (FV mag eventueel nog nul zijn maar Pmt] niet).

In een spreadsheet kan je deze functie ook gebruiken.
schuldsaldi:=seq(round(bal(x,20,7,50000),2),x,1,20)



Ook hiermee kun je aan de slag in een notitie-toepassing om een schuldaflossingstabel te genereren bij een willekeurige lening

Geleende bedrag

v:=21399 ▸ 21399.

geef bij ppy het aantal aflossingen per jaar in.

ppy:=12 ▸ 12. cpy:=1 ▸ 1.

jaarlijkse rentevoet

i:=(2.15)% ▸ 0.0215 p:=100·i ▸ 2.15

Aantal jaar ingeven onder k

k:=5 ▸ 5. n:=k·ppy ▸ 60.

KOLOM	FORMULE
B	termijn:=seq(round(−tvmpmt('n,'p,'v,0,ppy,cpy),2),x,1,'n)
C	rentedeel:=seq(round(−σint(x,x,'n,'p,'v,,,ppy,cpy),2),x,1,'n)
D	kapitaaldeel:=seq(round(−σprn(x,x,'n,'p,'v,,,ppy,cpy),2),x,1,'n)
E	schuldsaldi:=seq(round(bal(x,'n,'p,'v,,,ppy,cpy),2),x,1,'n)

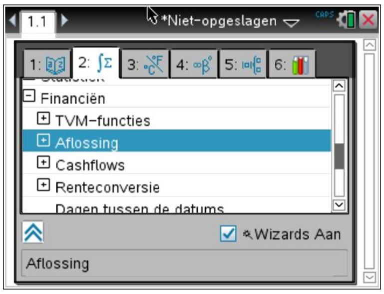
	A nr	B termijn	C rentedeel	D kapitaaldeel	E schuldsaldi	F	G	H	I	J	K
=	=seq(x	=seq(round(	=seq(round(-σ	=seq(round(-σ	=seq(round(ba						
1	1.	376.29	37.97	338.32	21060.68						
2	2.	376.29	37.37	338.92	20721.76						
3	3.	376.29	36.77	339.52	20382.24						
4	4.	376.29	36.16	340.13	20042.11						
5	5.	376.29	35.56	340.73	19701.38						
6	6.	376.29	34.96	341.33	19360.05						
7	7.	376.29	34.35	341.94	19018.11						
8	8.	376.29	33.74	342.55	18675.56						
9	9.	376.29	33.14	343.15	18332.41						
10	10.	376.29	32.53	343.76	17988.65						
11	11.	376.29	31.92	344.37	17644.28						
12	12.	376.29	31.31	344.98	17299.3						
13	13.	376.29	30.69	345.6	16953.7						
14	14.	376.29	30.08	346.21	16607.49						
15	15.	376.29	29.47	346.82	16260.67						
16	16.	376.29	28.85	347.44	15913.23						
17	17.	376.29	28.23	348.06	15565.17						
18	18.	376.29	27.62	348.67	15216.5						
19	19.	376.29	27.	349.29	14867.21						
20	20.	376.29	26.38	349.91	14517.3						
21	21.	376.29	25.76	350.53	14166.77						

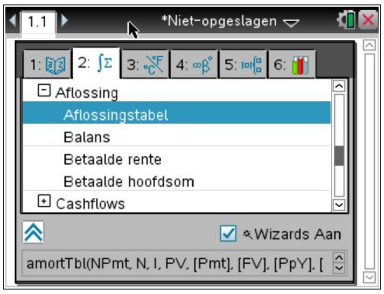
A1 =1.

Bestand: *aflossingstabel met financiële functies.tns*

3.3.6. Genereren schuldaflossingstabel met **amortTbl()**

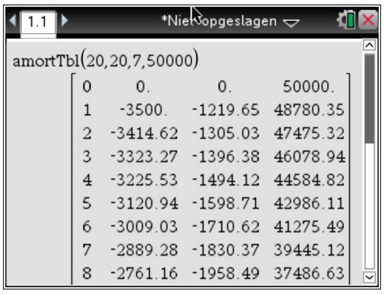
Selecteer in de catalogus ( ), in het tweede tabblad de map Financiën en daar in de submap Aflossing de functie Aflossingstabel **amortTbl()**.

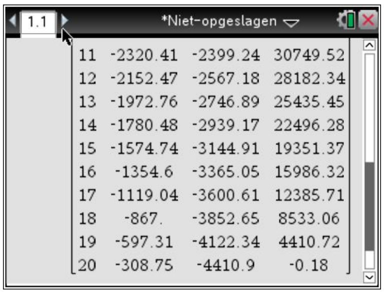




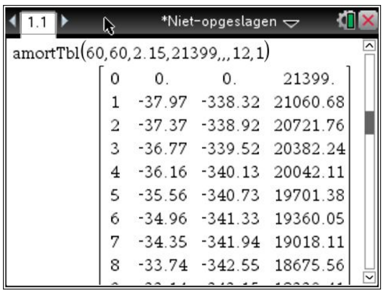
$\text{amortTbl}(\text{NPmt}, N, I, PV)$ laat je toe een hele schuldaflossingstabel te genereren.

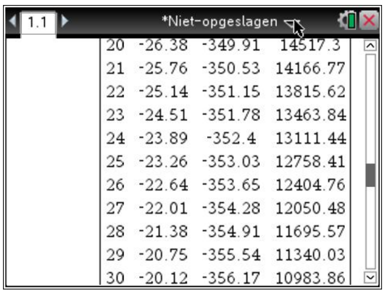
amortTbl(20,20,7,50000):laat de 20 rentebestanddelen, kapitaalbestanddelen en schuldsaldi zien van een lening van 50000 euro af te lossen met 20 jaarlijkse aflossingen tegen 7% per jaar.

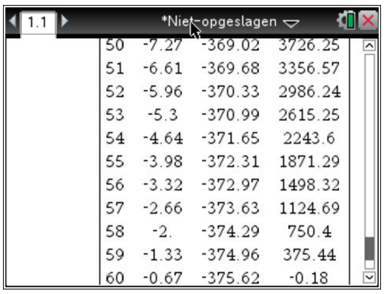




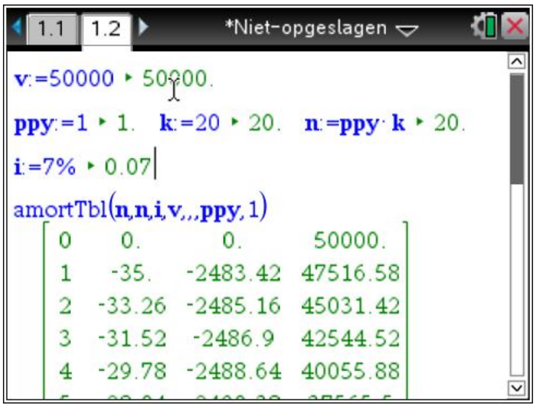
amortTbl(60,60,2.15,21399,,12,1):laat de 60 rentebestanddelen, kapitaalbestanddelen en schuldsaldi zien van een lening van 21399 euro af te lossen met 60 maandelijkse aflossingen tegen 2.15% per jaar.

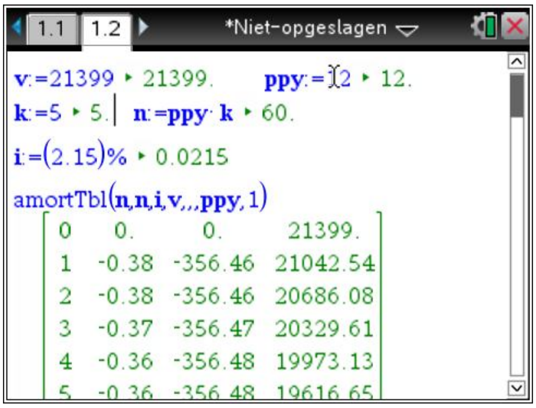






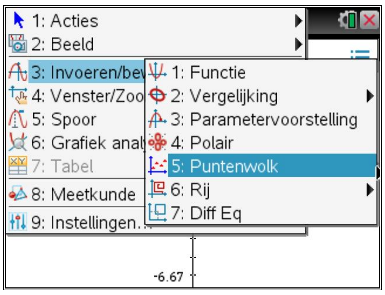
Ook hiermee kun je aan de slag in een notitie-toepassing om een schuldaflossingstabel te genereren bij een willekeurige lening.





3.4. Grafische voorstelling lening

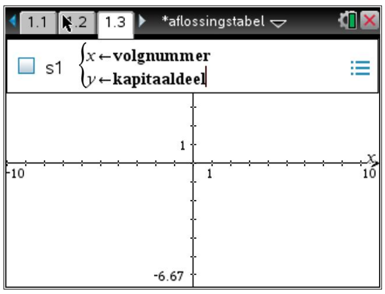
Voor een grafische voorstelling die hoort bij een lening opgebouwd in de spreadsheet-toepassing met de kolommen: volgnummer, termijnbedrag, rentedeel, kapitaaldeel, schuldsaldi



voeg je een grafiektoepassing in (ctrl I 2)

en kies je voor het invoeren van een puntenwolk

(menu 3 5)

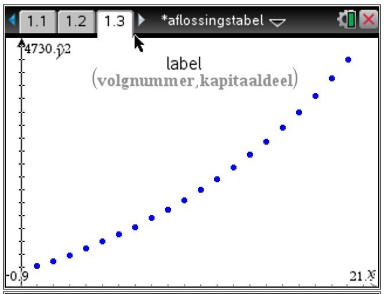


<u>Voor de voorstelling van de kapitaalbestanddelen</u>

vul je naast x ← *volgnummer* in

en naast y ← *kapitaaldeel* in.

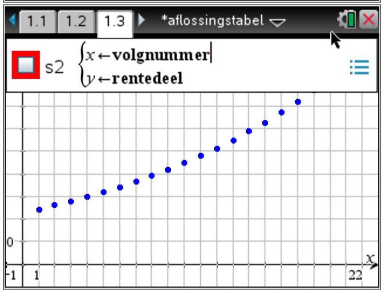
Voor een voorstelling in een gepast venster kies je voor Zoom Gegevens (menu 4 9).

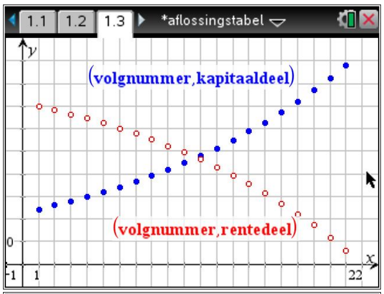


Voor de voorstelling van de rentebestanddelen

vul je naast x ← *volgnummer* in

en naast y ← *rentedeel* in.



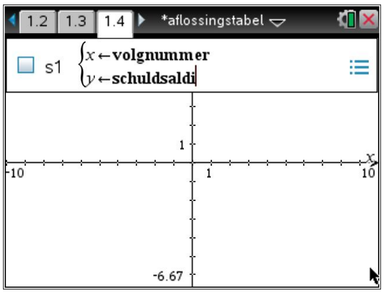


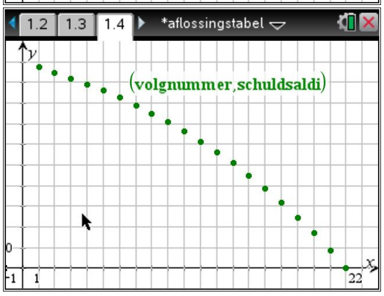
Voor een voorstelling in een gepast venster kies je voor Zoom Gegevens (menu 4 9).

Voor een voorstelling van de schuldsaldi, werk je best in een nieuw grafisch venster:

(ctrl I 2) en

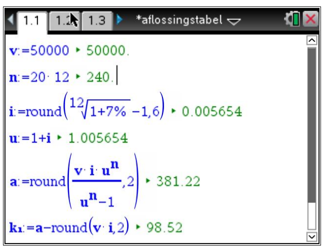
(menu 3 5)

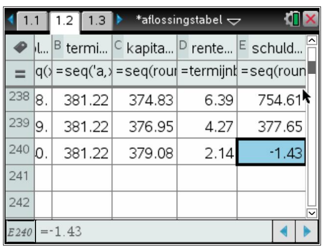


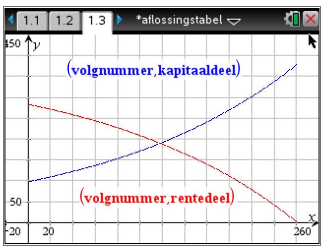


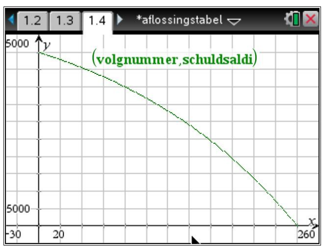
Werk je in een notitietoepassing waar je de gegevens van een lening kunt aanpassen (*aflossingstabel.tns)* , dan kun je ook daar dezelfde grafische voorstellingen genereren.

Wel ga je bij de grafische voorstelling telkens een Zoom Gegevens moeten uitvoeren om in realtime de grafische aanpassingen te zien in een gepast venster.









Eenmaal de leerlingen aangetoond hebben zelf een aflossingstabel te kunnen opstellen zonder ICT-middelen kunnen we bijvoorbeeld het grafische rekentoestel aanwenden om toepassingen als leningen met variabele rentevoet en het samenbrengen van een nog lopende lening en een nieuwe lening te behandelen.

I) Joke en Joris hebben 10 jaar geleden een hypothecaire lening van 125000 euro afgesloten met constante maandelijkse termeindbedragen en een looptijd van 25 jaar.
De variabele rentevoet (in een systeem van 5-5-5) bedroeg 6,15%.
   a) Bereken het maandelijkse termijnbedrag.
   b) Hoeveel intrest en hoeveel kapitaalsaflossing betaalden ze bij de 100ste afbetaling?
   c) Onlangs kregen ze bericht dat de rentevoet zakte tot 2,85%.
   Bereken het nieuwe termijnbedrag.

II) De familie Claisters betaalt een hypothecaire lening af bij een bank van 85500 euro. De looptijd is 25 jaar en de rentevoet 7,35%. Momenteel hebben ze al 17 jaar en 7 maanden afbetaald. Wegens verbouwingswerken hebben zij 75000 euro nodig. Hiervoor zouden zij een nieuwe lening aangaan over 15 jaar aan 4,85% die niet alleen het nu benodigde bedrag voor de verbouwing omvat, maar ook het schuldsaldo van de nog lopende lening. De bank rekent voor deze operatie een herbeleggingsvergoeding aan van vier maanden tegen het oorspronkelijke rentetarief.
   a) Wat is het uiteindelijke bedrag van de nieuwe lening?
   b) Wat is het **maandelijkse termijnbedrag** dat ze voor het afbetalen van deze nieuwe lening zouden moeten betalen?

Dit cahier behandelt de financiële algebra met de TI-84 Plus en met TI-Nspire.

De SOLVER op de TI-84 leent zich tot het maken van routine oefeningen op voorwaarde dat de leerlingen hun formules kennen. Een nuttig instrument om de werking van een aflossingstabel te illustreren is de applicatie CSheetNl.
Een aflossingstabel kan ook gegenereerd worden in de lijsteditor en dit zowel door zelf de formules in te geven als door de ingebouwde financiële functies (TVM-Solver) te gebruiken.

Om aan intrestberekening te doen met TI-Nspire kan je in een rekenmachinetoepassing werken met zelf gedefinieerde functies. Handiger is dit te doen in een notitietoepassing omdat je daar onmiddellijk ziet wat de impact is van een gewijzigde parameter.
Met TI-Nspire kunnen programma's geschreven worden voor intrestberekening die een grote gebruiksvriendelijkheid hebben. In de spreadsheet toepassing kan je zowel de werking van een aflossingstabel illustreren, als op verschillende manieren zo'n aflossingstabel genereren aan de hand van de geziene formules of aan de hand van de ingebouwde financiële functies (TVM-Solver).

ETIENNE GOEMAERE is leerkracht wiskunde in de 3de graad TSO aan het Heilig Hartcollege in Waregem. Hij is lid van de stuurgroep T³ Vlaanderen en van de stuurgroep Wiskunde West-Vlaanderen.

Juni 2015